Jo Academy Universities
جوأكاديمي جامعات

اسألني عن الهندسة 2019

أهل الهمة

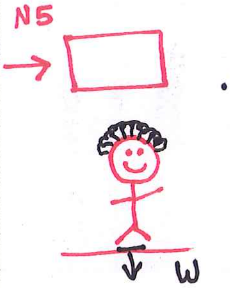
Physics 101

إعداد: م.عمر عبد العال

• معلومات مهمة لفهم هذا الفصل ← الكميات الفيزيائية تنقسم إلى قسمين : [Chapter 1]

١- كمية قياسية أو عددية (Scalar quantity) ≡ وهي كمية يلزم لقياسها أو معرفتها مقدار فقط مثلاً : الطول * مثلاً" نقول هذا الحائط طوله ٣ أمتار .
أو الكتلة ← أحمد كتلته ٦٠ كيلوغرام [يلاحظ أنّ الاتجاه غير مهم ولا احتاجه لمعرفة أو قياس الكمية .

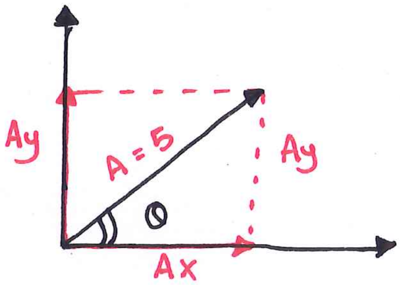
٢- كمية متجهة (Vector quantity) ≡ وهي كمية يلزم لمعرفتها مقدار واتجاه .
مثال ذلك في النشرة الجوية نَصِفُ سرعة الرياح على أنها ٣٠ كيلومتر / ساعة باتجاه الشمال الشرقي .



أو القوة = أحمد يؤثر على الجسم بقوة مقدارها (٥ نيوتن) باتجاه اليمين .
والجاذبية تؤثر على أجسامنا بقوة تجذبنا باتجاه الأرض .

• الكميات العددية نتعامل معها بالعمليات الحسابية الجبرية :-
← $1 + 1 = 2$

مثلاً : ٥ كيلو تفاح عندما يضاف إليهم ٨ كيلو تفاح إذاً المجموع الكلي هو ١٣ كيلوغرام .
لكن بالنسبة للكميات المتجهة فلابدّ من دراسة " المتجهات " [Vectors] .
حتى نستطيع التعامل معها وتطبيق عمليات الجمع والطرح .



← في الشكل التالي : المتجهة $\vec{A}$ مقدارها $|\vec{A}| = 5$
واتجاهها مع الـ x-axis ← $\theta = 30°$
حتى يسهل التعامل مع المتجه نحلله إلى مركبتين .
- مركبة أفقية A_x - مركبة عمودية A_y

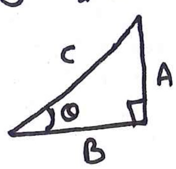
* $\cos\theta = \frac{A_x}{A}$ 1. $A_x = A\cos\theta$
$A_x = 5\cos 30 = 4.33$

* $\sin\theta = \frac{A_y}{A}$ 2. $A_y = A\sin\theta$
$A_y = 5\sin 30 = 2.5$

* $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.5}{4.33}\right) \approx 30°$

* $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
$A = \sqrt{4.33^2 + 2.5^2} \approx 5$

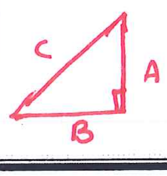
تذكير ≡



$\cos\theta = \frac{B}{C}$
جيب التمام = المجاور / الوتر

$\sin\theta = \frac{A}{C}$
الجيب = المقابل / الوتر

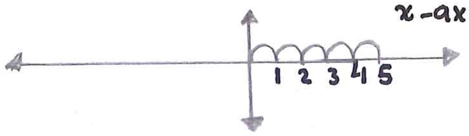
$\tan\theta = \frac{A}{B}$
الظل = المقابل / المجاور .



← $C^2 = A^2 + B^2$
$C = \sqrt{A^2 + B^2}$

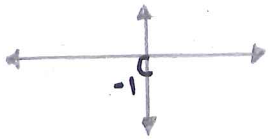
وحدة واحدة باتجاه محور السينات ← $\hat{i}$
"x - axis"

$5\hat{i}$ →



وحدة واحدة باتجاه محور الصادات ← $\hat{j}$
"y - axis"

$-\hat{j}$ →



- دائماً نعبّر عن المتجّه بهذه الصيغة ≡ $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$

أيّ أنّ المتجه في المثال السابق $\vec{A}$ مكوّن من مركبة بمقدار "4.33" وحدة باتجاه محور ال x ومركبة بمقدار "2.5" وحدة باتجاه محور ال y « $\vec{A} = 4.33\hat{i} + 2.5\hat{j}$ »

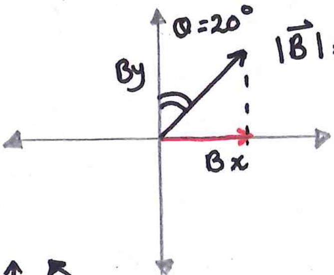
ملاحظات هامّة :

١- الرموز A ، $|\vec{A}|$ تشير إلى المقدار في حين أنّ الرمز $\vec{A}$ يشير إلى صيغة المتّجه

في المثال ⇐ $|\vec{A}| = A = 5$ $\qquad \vec{A} = 4.33\hat{i} + 2.5\hat{j}$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ $\qquad \vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$

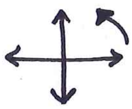
٢- المركبة القريبة من الزاوية المعطاة نحصل عليها عن طريق ضرب $(\cos\theta)$ بمقدار المتجه.
المركبة البعيدة من الزاوية المعطاة نحصل عليها عن طريق ضرب $(\sin\theta)$ بمقدار المتجه

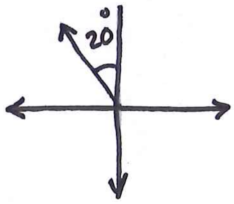


$B_x = B\sin\theta$
$= 3\sin 20° = 1.026$

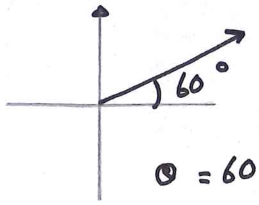
$B_y = B\cos\theta = 3\cos 20°$
$= 2.82$

نحسب الزاوية من الجزء الموجب لمحور ال x وباتجاه عكس عقارب السّاعة

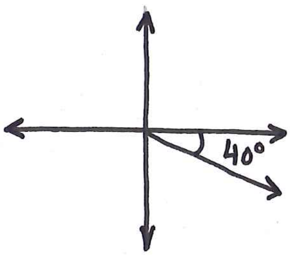




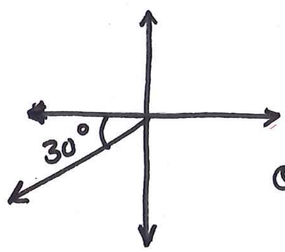
$\theta = 90° + 20°$
$= 110°$



$\theta = 60°$



$\theta = 320°$
$= -40°$



$\theta = 210°$

* إذا مشيت مع عقارب الساعة ← نضع إشارة $\boxed{-}$ سالب

مثال : $|\vec{C}| = 10$

$C_x = ?\ ,\ C_y = ?\ ,\ \vec{C} = ?$

الحل :- $\theta = 135^\circ$

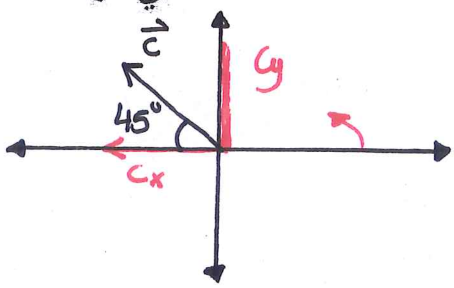
$C_x = C\cos\theta$

$= 10\cos\theta = -7.07$

$C_y = C\sin\theta$

$= 10\sin 135^\circ = 7.07$

$\vec{C} = -7.07\,\hat{i} + 7.07\,\hat{j}$

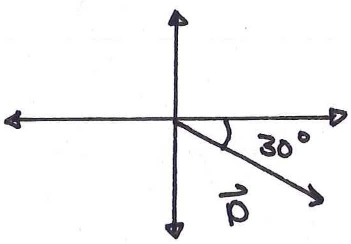


نلاحظ : C_x حتماً سالبة لأن المركبة الأفقية باتجاه اليسار.

- C_y موجبة لأنّ المركبة العمودية باتجاه الأعلى "الربع الثاني".

مثال :- $|\vec{D}| = 10$

$\vec{D} = ?$



$D_x = 10\cos -30^\circ$

$= 8.66$

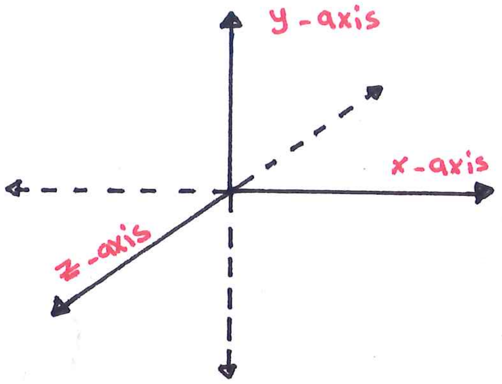
$D_y = 10\sin -30^\circ$

$= -5$

$\vec{D} = 8.66\,\hat{i} - 5\,\hat{j}$

- درسنا سابقاً المتجه في بُعدين (x, y) مثل متجه برسمه على اللوح أو الدفتر.

لكن في الحياة الواقعية الكميات المتجهة تمثل بمتجهات في ثلاث أبعاد " X, Y, Z "



وحدة واحدة باتجاه x-axis → $\hat{i}$

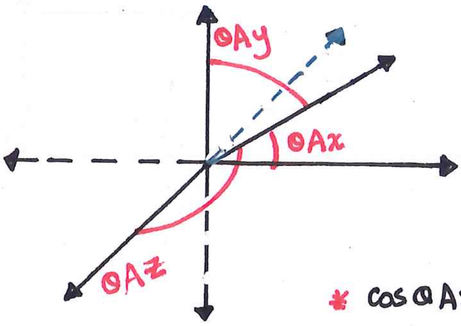
وحدة واحدة باتجاه y-axis → $\hat{j}$

وحدة واحدة باتجاه z-axis → $\hat{k}$

$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$

← $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

$|\vec{A}| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2}$



- الزاوية بين المتجه $\vec{A}$ و الـ x-axis = θ_{Ax}
- الزاوية بين المتجه $\vec{A}$ و الـ y-axis = θ_{Ay}
- الزاوية بين المتجه $\vec{A}$ و الـ z-axis = θ_{Az}

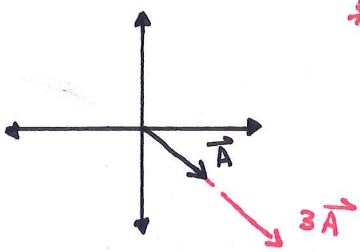
* $\cos\theta_{Ax} = \dfrac{A_x}{|\vec{A}|}$ * $\cos\theta_{Ay} = \dfrac{A_y}{|\vec{A}|}$ * $\cos\theta_{Az} = \dfrac{A_z}{|\vec{A}|}$

* ضرب عدد بـ " Vector " *

• $\vec{A} = 3\hat{i} - 5\hat{j}$

$3\vec{A} = ?$

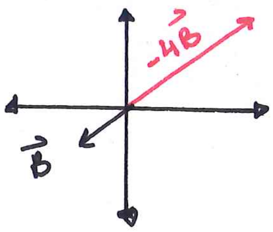
$3\vec{A} = 3A_x\hat{i} + 3A_y\hat{j}$
$= 3(3)\hat{i} + 3(-5)\hat{j}$
$= 9\hat{i} - 15\hat{j}$



• $\vec{B} = -3\hat{i} - 11\hat{j}$

$-4\vec{B} = ?$

$-4\vec{B} = -4(-3)\hat{i} - 4(-11)\hat{j}$
$= 12\hat{i} + 44\hat{j}$



* السالب يعكس اتجاه الـ "Vector".

ملاحظة : قسمة متجه على عدد تكون بنفس الطريقة.

* جمع متجهين. * نجمع معاملات $\hat{i}$ مع بعضها ومعاملات $\hat{j}$ مع بعضها ومعاملات $\hat{k}$ مع بعضها

$\vec{A} = 3\hat{i} - 5\hat{j}$
$\vec{C} = 6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$
$\vec{D} = \vec{A} + \vec{C}$
?

→ $\vec{D} = (3+6)\hat{i} + (-5+6)\hat{j} + (0+-3)\hat{k}$
$= 9\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k} \rightarrow |\vec{D}| = \sqrt{(9)^2 + (1)^2 + (-3)^2} = 9.54$

Note : * $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

* $C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta_{AB}}$ • الزاوية θ_{AB} هي الزاوية بين $\vec{B}$, $\vec{A}$.

Ex : $\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = -\hat{i} + 3\hat{j} + 15\hat{k}$ $\rightarrow \vec{C} = 3\vec{A} - 2\vec{B}$

$|\vec{C}| = ?$, find the angle between $\vec{C}$ and z-axis.

Solution

$3\vec{A} = 18\hat{i} - 9\hat{j} - 3\hat{k}$ $\qquad -2\vec{B} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 30\hat{k}$

$\vec{C} = 3\vec{A} - 2\vec{B} = 20\hat{i} - 15\hat{j} - 33\hat{k}$

$|\vec{C}| = \sqrt{20^2 + (-15)^2 + (33)^2} = 41.4$

$\cos\theta_{cz} = \dfrac{C_z}{|\vec{C}|} \rightarrow \theta_{cz} = \cos^{-1}\left(\dfrac{-33}{41.4}\right) = 142.85°$

(angle between $\vec{C}$ and z-axis)

Ex : $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 9\hat{i} + \hat{k}$ $\rightarrow \vec{C} = 3\vec{A} + 4\vec{B}$

find : the angle that vector $\vec{C}$ makes with negative y-axis.

$3\vec{A} = 9\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$, $4\vec{B} = 36\hat{i} + 4\hat{k}$

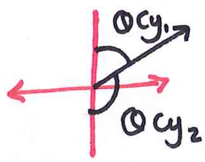
$\vec{C} = 45\hat{i} + 6\hat{j} + \hat{k}$, $|\vec{C}| = \sqrt{45^2 + 6^2 + 1} = 45.4$

$\theta_{cy_1} = \cos^{-1}\left(\dfrac{6}{45.4}\right) = 82.4 \rightarrow$

* هذه الزاوية المحصورة مع الجزء الموجب من الـ y-axis بالتالي لحساب الزاوية المطلوبة من السؤال نطرحها من 180°

$\theta_{cy_2} = 180° - 82.4° = 97.6°$

(angle with negative y-axis)



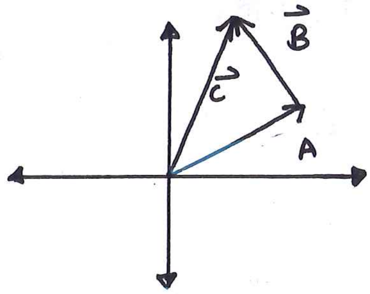
$\theta_{cy_2} = 180° - \theta_{cy_1}$

Ex : $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j}$ $\qquad \vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{j}$

$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ $\qquad \vec{C} = ?$ and draw $\vec{C}$.

- دائماً نرسم المتجه الذي يساوي محصلة الجمع من ذيل الأول إلى رأس الثاني

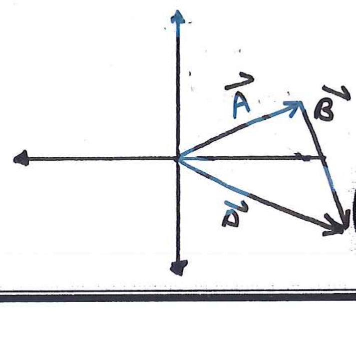
$\vec{C} = \hat{i} + 4\hat{j}$



$\rightarrow \vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ $\qquad \vec{D} = ?$ and draw it

$\vec{D} = 5\hat{i} - 2\hat{j}$

- عكس اتجاه $\vec{B}$ لأنه سالب
والمحصلة من ذيل الأول إلى رأس الثاني

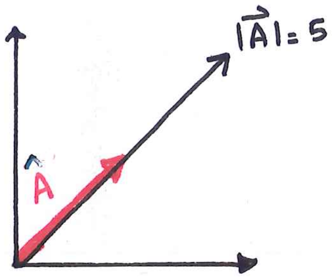


- $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
- $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$ (الأول عكس اتجاه الثاني)
- $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{B} + \vec{A}|$
- $|\vec{A} - \vec{B}| = |\vec{B} - \vec{A}|$

* Unit Vector *

- المقصود بال unit vector هو وحدة واحدة باتجاه معين ، على سبيل المثال المتجه $\hat{A}$:

$|\vec{A}| = 5$



← متجه الوحدة $\hat{A}$ هو متجه مقداره 1 في اتجاه المتجه $\vec{A}$.

* مثل $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ بحيث أنّ $\hat{i}$ هو متجه الوحدة لـ x-axis

قانون Unit Vector :-

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

ملاحظة : دائماً متجه الوحدة مقداره واحد . ☺

Ex: $\vec{A} = 3\hat{j} + \hat{j} - 4\hat{k}$

$$|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + 1^2 + (-4)^2} = 5.1$$

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}}{5.1} = \frac{3}{5.1}\hat{i} + \frac{1}{5.1}\hat{j} - \frac{4}{5.1}\hat{k}.$$

* **ضرب المتجهات** * هناك نوعين من ضرب المتجهات :

[1] Dot product - " الضرب العددي "

$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta_{AB}$ [$\theta_{AB} \rightarrow$ هي الزاوية بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$]

Ex: $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ $\vec{B} = 6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ Find: 1. $\vec{A}\cdot\vec{B}$

2. Angle between A and B!

$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x * B_x + A_y * B_y + A_z * B_z$

$= (3)(6) + (2)(-1) + (1)(-1)$

$18 - 2 - 1 = 15$

* الضرب العددي يكون بضرب معاملات $\hat{i}$ مع بعضها وضرب معاملات $\hat{j}$ مع بعضها وضرب معاملات $\hat{k}$ مع بعضها وجمع النواتج

* كما نلاحظ أنّ ناتج الضرب العددي هو كمية عددية " Scalar quantity ".

$|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3.74$ $|\vec{B}| = \sqrt{6^2 + (-1)^2 + (1)^2} = 6.16$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta_{AB}$ $\theta_{AB} = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{15}{(3.74)(6.16)}\right)$

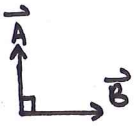
$= 49.3°$

* Notice that :)

- * $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$ *
- $\xrightarrow{\vec{A}}$ $\xrightarrow{\vec{B}}$ ($\vec{A}$ and $\vec{B}$ are parallel)

  $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta = |\vec{A}||\vec{B}|$

  $(\cos 0° = 1)$

-  ($\vec{A}$ and $\vec{B}$ are perpendicular).

  $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos 90° = 0$

[2] Cross product - " الضرب الاتجاهي "

$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin\theta_{AB}$

Ex: $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ Find: $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$, $|\vec{C}| = ?$

$$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 6 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{C} = (A_yB_z - A_zB_y)\,\hat{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\,\hat{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\hat{k}$$

$$= ((2)(1) - (-1)(-1))\,\hat{i} - ((3)(1) - (-1)(6))\,\hat{j} + ((3)(-1) - (6)(2))\,\hat{k}$$

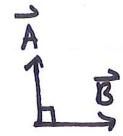
$$= \hat{i} - 9\hat{j} - 15\hat{k}$$

* نلاحظ أنّ ناتج الضرب الاتجاهي هو Vector *

$|\vec{C}| = \sqrt{(1)^2 + (9)^2 + (-15)^2} = 17.52$

- لتسهيل الحل ← عند إيجاد معامل ($\hat{i}$) مثلاً ، نغطي عمود معاملات $\hat{i}$ في الجدول ، والمعاملات المتبقية نضربها ضرب تقاطعي من اليسار إلى اليمين.

$$\begin{array}{ccc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{array} \qquad (A_y B_z - A_z B_y)\,\hat{i}$$



- $\vec{A}$ and $\vec{B}$ perpendicular

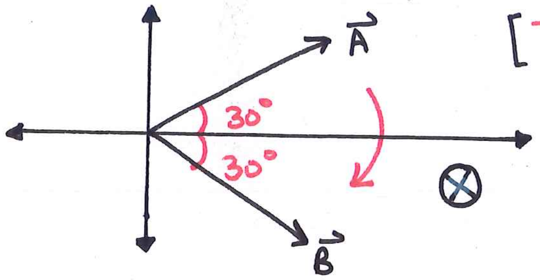
$\vec{A}\times\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \sin 90^\circ$

$= |\vec{A}||\vec{B}|$

- $\vec{A} \rightarrow \quad \vec{B} \rightarrow$ ($\vec{A}$ and $\vec{B}$ are parallel)

$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin 0^\circ = 0$

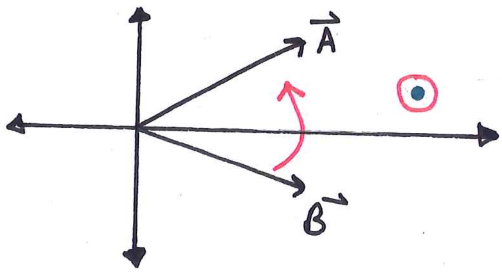
← لتحديد اتجاه ناتج الـ (Cross product) نستخدم قاعدة اليد اليمنى.



$[\vec{A}\times\vec{B}]$

- بحيث لو دورت يدي اليمنى من $\vec{A}$ إلى $\vec{B}$ باتجاه الزاوية الأصغر.

- بالتالي اتجاه الإبهام يشير إلى داخل الصفحة (negative z-axis)



$[\vec{B}\times\vec{A}]$

← في حين لو طبقنا القاعدة نفسها على
نلاحظ أنّ اتجاه vector هو خارج من الصفحة
(positive z-axis)

ملاحظات هامّة :

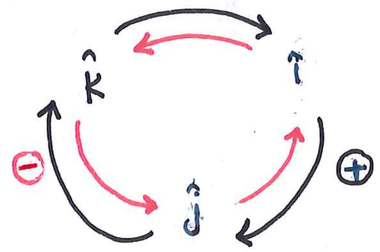
1. $\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$ " لأنهم في نفس الاتجاه "

2. $\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{i}\cdot\hat{k} = \hat{j}\cdot\hat{k} = 0$ " لأنهم متعامدان "

3. $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k} \qquad \hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k}$

$\hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j} \qquad \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$

$\hat{j}\times\hat{k} = \hat{i} \qquad \hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i}$



* عكس عقارب الساعة (الناتج سالب)

* مع عقارب الساعة (الناتج موجب)

4. في حالة وجود الثوابت يمكن اخراجهم

$(3\vec{A}\cdot 2\vec{B}) = 6\,(\vec{A}\cdot\vec{B})$ ، $(5\vec{A}\times 3\vec{B}) = 15\,(\vec{A}\times\vec{B})$

5. $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A} \quad , \quad \vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$.

* ch: 1 = أسئلة *

① Given that $A(15, 80°)$ and $\vec{B} = 12\hat{i} - 16\hat{j}$ What is the magnitude of $(\vec{A} - \vec{B})$!

Solution: $|\vec{A}| = 15$ - $\theta_A = 80°$ $A_x = A\cos\theta_A = 15\cos 80° = 2.6$

$A_y = A\sin\theta_A = 15\sin 80° = 14.77 \rightarrow \vec{A} = 2.6\hat{i} + 14.77$

$\vec{A} - \vec{B} = (2.6 - 12)\hat{i} + (14.77 - (-16))\hat{j} = -9.4\hat{i} + 30.77\hat{j}$

$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(9.4)^2 + (30.77)^2} = 32.17$

② If $\vec{A} = 12\hat{i} - 16\hat{j}$ and $\vec{B} = -24\hat{i} + 10\hat{j}$ What's the direction of the vector $\vec{C} = 2\vec{A} - \vec{B}$

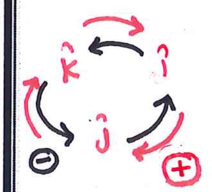
ملاحظة : لا تنس اشارة السالب للعامل لانعوض في قانون الزاوية.

Solution:

$2\vec{A} = 24\hat{i} - 32\hat{j}$ $\vec{C} = 2\vec{A} - \vec{B} \rightarrow \vec{C} = 48\hat{i} - 42\hat{j}$

$\tan\theta_c = \frac{C_y}{C_x} \rightarrow \theta_c = \tan^{-1}\left(\frac{-42}{48}\right) = -41°$

③ $2(\hat{i} \times \hat{k}) \cdot 3(\hat{i} \times \hat{j})$ is ?!



$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

$-2\hat{j} \cdot 3\hat{k} = 0$ [لأن $\hat{k}$ و $\hat{j}$ متعامدين الزاوية بينهما $90°$]

④ If $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} + 6\hat{j} - 7\hat{k}$, Find 1. $|\vec{A}|$, $|\vec{B}|$ 2. $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 3. angle between $\vec{A}, \vec{B}$ 4. $|\vec{A} \cdot \vec{B}|$ 5. $8\vec{B} \cdot - 5\vec{A}$ 6. $\vec{A} \times \vec{B}$ 7. $|\vec{A} \times \vec{B}|$ 8. $8\vec{B} \times -5\vec{A}$ 9. $|8\vec{B} \times -5\vec{A}|$

1. $|\vec{A}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (1)^2} = 2.45$

2. $|\vec{B}| = \sqrt{(3)^2 + 6^2 + (-7)^2} = 9.7$

3. $\vec{A} \cdot \vec{B} = (1)(3) + (-2)(6) + (1)(-7) = -16$

$\theta_{AB} = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A} \cdot \vec{B}|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{16}{(2.45)(9.7)}\right) = 132.3°$

4. $|\vec{A} \cdot \vec{B}| = |-16| = 16$

5. $8\vec{B} \cdot - 5\vec{A} = 8(-5)(\vec{B} \cdot \vec{A})$

$= -40 (\vec{B} \cdot \vec{A})$

$= 640$

6. $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & -7 \end{vmatrix} = 8\hat{i} + 10\hat{j} + 12\hat{k}$

7. $|\vec{A} \times \vec{B}| = 17.55$

8. $8\vec{B} \times -5\vec{A} = -40\,(\vec{B} \times \vec{A}) = -40\,(-\vec{A} \times \vec{B}) = 40\,(\vec{A} \times \vec{B})$

$40\,(8\hat{i} + 10\hat{j} + 12\hat{k}) = 320\hat{i} + 400\hat{j} + 480\hat{k}$

9. $|8\vec{B} \times -5\vec{A}| = \sqrt{(320)^2 + (400)^2 + (480)^2} = 702$

$\boxed{5}$ $\vec{A} = 3\hat{i} - 2a\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$, if $\vec{A}$ and $\vec{B}$ are prependicular.

Find: the value of "a" ?

$\vec{A}$ and $\vec{B}$ "متعامدات"

$\theta_{AB} = 90^\circ \rightarrow \cos\theta_{AB} = 0$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$(3)(1) - (2a)(1) + (1)(-4) = 0 \rightarrow -2a = 1 \rightarrow a = \frac{-1}{2}$

$\boxed{6}$ $\vec{A} = -2\hat{i} - b\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = -4\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ if $\vec{A}$ and $\vec{B}$ are parallel:

Find "b".

$\vec{A} \times \vec{B} = 0$

$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & b & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-2b-1)\hat{i} - (-4+4)\hat{j} + (-2-4b)\hat{k}$

* نأخذ فقط معامل المجهول ونساويه بالصفر.

$(-2b-1) = 0 \rightarrow b = \frac{-1}{2}$

$(-2-4b) = 0 \rightarrow b = \frac{-1}{2}$ ← (حتى معامل $\hat{k}$ نفس الإجابة)

* ملاحظة: نلاحظ أنّ $\vec{B}$ هو عبارة عن متجه يساوي عدد مضروب بالمتجه $\vec{A}$.
والطريقة السابقة هي الطريقة الأسهل لحل السؤال.

$\vec{B} = 2\vec{A}$

$\frac{B_x}{A_x} = \frac{-4}{-2} = 2$, $\frac{B_z}{A_z} = \frac{2}{1} = 2$, $\frac{B_y}{A_y} = \frac{1}{-b} = 2 \rightarrow b = \frac{-1}{2}$

ملاحظة: ممكن يطلب بالسؤال:

Find the vector that is perpendicular on $\vec{A}$ & $\vec{B}$ plane

بدل من $\vec{A} \times \vec{B}$ كونه المتجه الناتج عن الضرب الاتجاهي عمودي على مستوى المتجهين.

7 If $A + 2B = 3\hat{i} + 3\hat{j}$, $A - 2B = -7\hat{i} + 5\hat{j}$, find $A \times B$

$(\vec{A} + 2\vec{B}) + (\vec{A} - 2\vec{B}) = 2\vec{A} = -4\hat{i} + 8\hat{j}$

$\vec{A} = -2\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{A} + 2\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} \rightarrow B = \frac{5}{2}\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}$.

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 4 & 0 \\ \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} = -9\hat{k}$$

8 A car was drived 3.25 Km north, then 2.2 Km west, and then 1.5 Km south.

Find the magnitude and the direction of the resultant displacement.

3.25 Km north $\rightarrow$ $+3.25\hat{j}$ "باتجاه الأعلى"

2.2 Km west $\rightarrow$ $-2.2\hat{i}$ "باتجاه اليسار"

1.5 Km south $\rightarrow$ $-1.5\hat{j}$ "باتجاه الأسفل"

So, $\vec{r} = 3.25\hat{j} - 2.2\hat{i} - 1.5\hat{j}$.

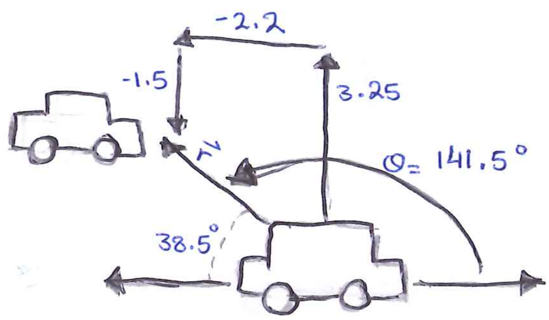
$\vec{r} = -2.2\hat{i} + 1.75\hat{j} \rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{(2.2)^2 + (1.75)^2} = 2.8$ Km

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1.75}{-2.2}\right) = -38.5°$

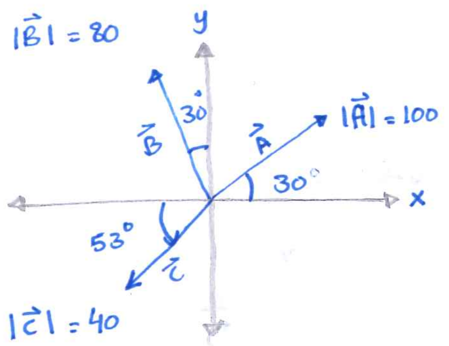
$\theta = 180 - 38.5°$

$\theta = 141.5°$

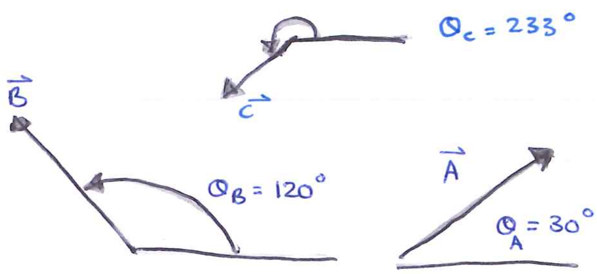
لأنّ الموقع النهائي في الربع الثاني



[9] From the figure find the magnitude and the direction of a fourth vector that will make the sum of the four vectors equals zero.



* المطلوب حساب المتجه الذي سيجعل المحصلة تساوي صفر
لذلك نفرض أن المتجه هو $\vec{D}$ ومركبتاه $\vec{D_x}$ و $\vec{D_y}$.



$$A_x + B_x + C_x + D_x = 0$$

$$A\cos\theta_A + B\cos\theta_B + C\cos\theta_c + D_x = 0 \longrightarrow 100\cos 30^\circ + 80\cos 120^\circ + 40\cos 233^\circ + D_x = 0$$

$$D_x = -22.53$$

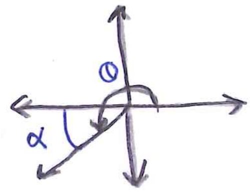
$$A\sin\theta_A + B\sin\theta_B + C\sin\theta_c + D_y = 0 \rightarrow 100\sin 30^\circ + 80\sin 120^\circ + 40\sin 233^\circ + D_y = 0$$

$$D_y = -87.336$$

$$\vec{D} = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \longrightarrow \vec{D} = \sqrt{(-22.53)^2 + (-87.336)^2} = 90.2$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-87.336}{-22.53}\right) = 75.53^\circ \rightarrow \theta = 180 + \alpha = 255.53^\circ$$

لأنّ المتجه في الربع الثالث



[10] If $|\vec{A}| = 12$, $|\vec{B}| = 16$ and $\vec{A}\cdot\vec{B} = 112$, find the magnitude of the vector product between $\vec{A}$ and $\vec{B}$ " $|\vec{A}\times\vec{B}|$ " ?

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta_{AB} \longrightarrow \theta_{AB} = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{112}{12*16}\right) \rightarrow \theta = 54.314^\circ$$

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$$

$$= (12)(16)\sin 54.314$$

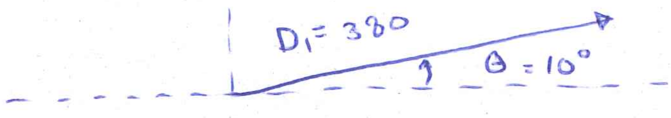
$$|\vec{A}\times\vec{B}| = 156$$

[11] A plane flies from a base a distance of (380) km at direction of (10°) north of the east. Then flies (190) km (30°) west of the north.

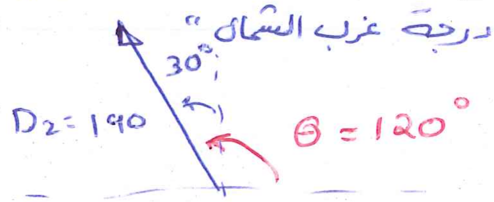
Find the magnitude and direction of the plane displacement at the end of this trip.

Sol.

[1] $D_1 \Rightarrow$ 380 km 10° north of the east
" عشر درجات شمال الشرق "



[2] $D_2 \Rightarrow$ 190 km 30° west of the north
" ثلاثين درجة غرب الشمال "



$$\vec{D_1} = 380\cos(10)\,\hat{i} + 380\sin(10)\,\hat{j}$$
$$= 374\,\hat{i} + 66\,\hat{j}$$

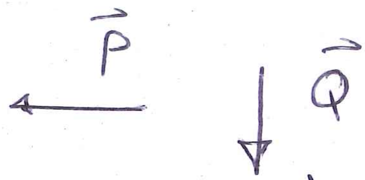
$$\vec{D_2} = 190\cos 120\,\hat{i} + 190\sin 120\,\hat{j}$$
$$= -95\,\hat{i} + 164.5\,\hat{j}$$

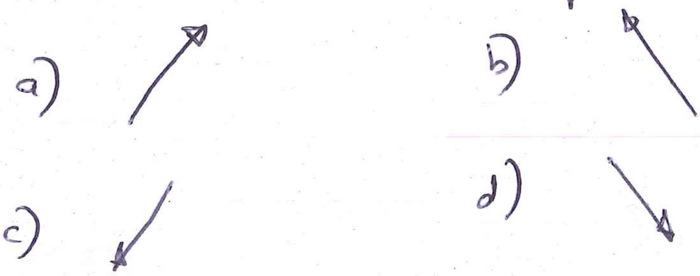
$$\underset{\text{المحصلة}}{\vec{r}} = \vec{D_1} + \vec{D_2}$$
$$= 279\,\hat{i} + 230.5\,\hat{j}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(279)^2 + (230.5)^2} = 362 \text{ km}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{230.5}{279}\right) = \underline{\underline{39.56°}} \quad \text{(North of the east)}$$

12 - $\vec{P}$ and $\vec{Q}$ are two vectors of equal lengths but different directions.
wich of the following represents $(\vec{P} - \vec{Q})$

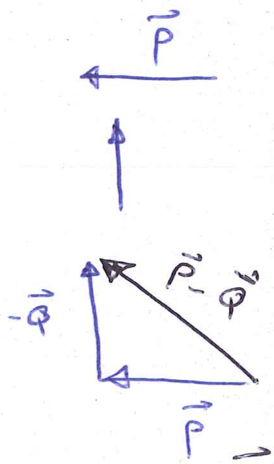




$\vec{P} \Rightarrow$

$-\vec{Q} \Rightarrow$ "نعكس الاتجاه"

$\vec{P} - \vec{Q} \Rightarrow$



"من ذيل الأول إلى رأس الثاني ؟"

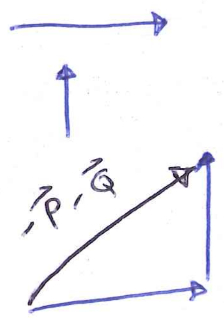
$\Rightarrow$ (b)

- Wich one repersents $(-\vec{P} - \vec{Q})$

$-\vec{P} \Rightarrow$

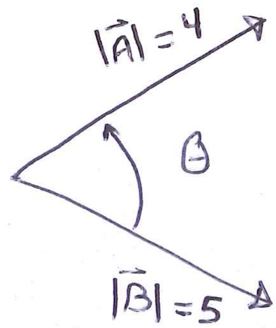
$-\vec{Q} \Rightarrow$

$-\vec{P} - \vec{Q} \Rightarrow$



$\Rightarrow$ (a)

13) In figure two vectors $\vec{A}$ & $\vec{B}$ in x-y plane and $\theta = 60°$.
What is $B \times A$??



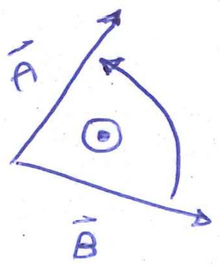
(a) $-17.3\,\hat{k}$ (b) $17.3\,\hat{k}$

(c) $10\,\hat{k}$ (c) $-10\,\hat{i} + 10\,\hat{j}$

Sol.

$$|\vec{B} \times \vec{A}| = |\vec{B}||\vec{A}|\sin\theta$$
$$= (5)(4)\sin 60$$
$$= 17.3$$

لتحديد اتجاه محصلة الضرب الاتجاهي تستخدم
قاعدة اليد اليمنى



$\Rightarrow$ $\oplus$ z-axis

"إلى خارج الصفحة"

So $\vec{B} \times \vec{A} = +17.3\,\hat{k} \Rightarrow$ (b)

14) Vector $\vec{A}$ lies in the XY plane and make an angel θ with the positive X-axis.
If the Y-component of vector A equals $(1/3)$ of its magnitude.
Find θ.

$$A_y = A\sin\theta = \frac{A}{3}$$
$$\sin\theta = 1/3$$
$$\theta = \sin^{-1}(1/3) = \underline{19.5°}$$

* Ch "1" اشتقاق قوانين *

[1] Dot product :)

$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x B_x) + (A_y B_y) + (A_z B_z)$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = \langle A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\rangle \cdot \langle B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\rangle.$

← توزيع الضرب على الجمع.

$$= \underline{A_x\hat{i}\cdot B_x\hat{i}} + \cancel{A_x\hat{i}\, B_y\hat{j}} + \cancel{A_x\hat{i}\, B_z\hat{k}}$$
$$+ \cancel{A_y\hat{j}\, B_x\hat{i}} + \underline{A_y\hat{j}\, B_y\hat{j}} + \cancel{A_y\hat{j}\, B_z\hat{k}}$$
$$+ \cancel{A_z\hat{k}\, B_x\hat{i}} + \cancel{A_z\hat{k}\, B_y\hat{j}} + \underline{A_z\hat{k}\, B_z\hat{k}}$$

$\rightarrow \hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{i}\cdot\hat{k} = \hat{j}\cdot\hat{k} = 0$

$\rightarrow \hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$

$$= (A_x B_x) + (A_y B_y) + (A_z B_z)$$

[2] Cross product :)

$\vec{A}\times\vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}.$

$\vec{A}\times\vec{B} = \langle A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\rangle \times \langle B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\rangle.$

← توزيع الضرب على الجمع.

$$= \underline{\cancel{A_x\hat{i}\times B_x\hat{i}}} + A_x\hat{i}\times B_y\hat{j} + A_x\hat{i}\times B_z\hat{k}$$
$$A_y\hat{j}\times B_x\hat{i} + \underline{\cancel{A_y\hat{j}\times B_y\hat{j}}} + A_y\hat{j}\times B_z\hat{k}$$
$$A_z\hat{k}\times B_x\hat{i} + A_z\hat{k}\; B_y\hat{j} + \underline{\cancel{A_z\hat{k}\times B_z\hat{k}}}$$

$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$

$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}\ ,\ \hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k}\ \dots$

$$= (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

اسألني
2018
عن الهندسة

* Motion in one dimension ≡   الحركة في بعد واحد (: - chapter "2" -

- في هذا الفصل سوف يتم شرح الحركة في بعد واحد ← الحركة في خط مستقيم .

* مثل : حركة السيارة في شارع مستقيم ، حركة الكرة بعد رميها من مكان مرتفع .

* رموز ومصطلحات *

- "t" → time (الزمن)
- "x" → position (الموقع)
- "x_f" → final position (الموقع النهائي)
- "x_i" → initial position (الموقع الإبتدائي)
- "$\Delta\vec{x}$" → Displacement (الإزاحة) → كمية متجهة
- "D" → Distance (المسافة) → كمية عددية
- "$\vec{v}$" → Velocity (السرعة المتجهة) → كمية متجهة
- "S" → Speed (السرعة العددية) → كمية عددية
- "a" → acceleration (التسارع)
- "Δ" → Delta (الفرق بين كميتين)

← الفرق بين ($\Delta\vec{x}$) و (D) ← حتى نفهم الفرق بين الإزاحة والمسافة .

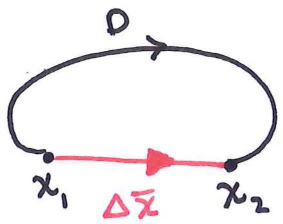
لنفترض أنّ جسم انتقل من x_1 إلى x_2 خلال المسار الموضح

فإنّ المسافة المقطوعة هي الـ Distance لكن

الـ Displacement هي الخط المستقيم الواصل بين

(x_2 ، x_1) أو أقصر مسافة بينهم باتجاه من x_1 إلى x_2

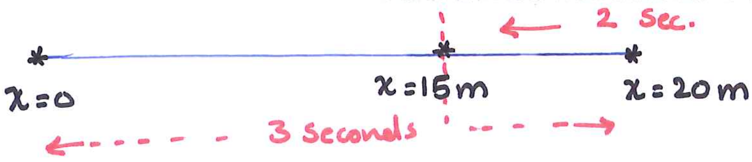
($x_i \rightarrow x_f$)



$$S = \frac{\text{Distance}}{\text{time}} = \frac{D}{\Delta t} \qquad \vec{v} = \frac{\text{Displacement}}{\text{time}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

* بالـ Displacement ≡ المهم نقطة البداية ونقطة النهاية بغض النظر عن المسار .

Example :

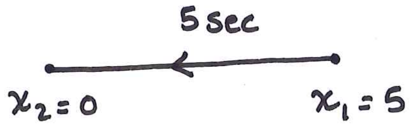


- A partical moved from ($x=0$ to $x=20$) in 3 seconds, and returned to ($x = 15$ m) in 2 seconds. Find : 1. Distance "D"
2. Displacement Δx.
3. Speed and velocity.

Solution : (قطع 20m في الفترة الأولى و 5m في الفترة الثانية)

1. $D = 25$ m
2. $\Delta \vec{x} = 15 - 0 = 15$ m → دائماً الإزاحة = الفرق بين نقطة البداية والنهاية
3. $S = D/t = 25/5 = 5$ m/s
4. $\vec{v} = \Delta x / t = 15/5 = 3$ m/s

Example :



$\Delta \vec{x} = ?$, $\vec{V}_{avg} = ?$

$\Delta \vec{x} = x_2 - x_1 = 0 - 5 = -5$ m

$\vec{v} = \Delta x / \Delta t = -5/5 = -1$ m/s

* الإشارة السالبة دلالة على اتجاه الحركة
  - (+) نحو اليمين.
  - (-) نحو اليسار.

* Velocity = في نوعين من السرعة المتجهة

1. average velocity ($\vec{V}_{avg}$) السرعة المتوسطة

$$\vec{V}_{avg} = \Delta \vec{x} / \Delta t = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

2. instantaneous velocity ($\vec{V}_{in}$) السرعة اللحظية

$$\vec{V}_{in} = \frac{dx}{dt}$$ مشتقة الـ x بالنسبة للزمن

* الفرق بينهما !

Ex = فرضاً سيارة قطعت شارع بطول "100 Km" خلال ساعة كاملة :

$$\vec{V}_{avg} = \Delta \vec{x} / \Delta t = 100 \text{ Km} / 1 \text{ h}$$

لكن هذه السيارة خلال الطريق لم تكن سرعتها ثابتة "أحياناً" سريعة وبعض الأوقات بطيئة وأحياناً تقف عند اشارة المرور.

إذاً السرعة في لحظة معينة هي السرعة اللحظية"

" ملاحظة : السرعة التي تظهر على عداد السيارة هي السرعة اللحظية.

* **Acceleration :)**

1. Average acceleration $\left(\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} \right)$

2. Instantaneous acceleration $\left(\vec{a}_{ins} = \frac{dV}{dt} \right)$ * مشتقة السرعة بالنسبة للزمن

$$\begin{tikzcd} \Delta \vec{x} \arrow[r, bend left, "\text{اشتقاق}"] & \vec{V} \arrow[r, bend left, "\text{اشتقاق}"] \arrow[l, bend left, "\text{تكامل}"] & \vec{a} \arrow[l, bend left, "\text{تكامل}"] \end{tikzcd}$$

* ملاحظات هامّة ::

- Origin → $x=0$, $y=0$
- initial → $t=0$
- rest → $V=0$
- Constant velocity → $a=0$
- Where → find "t"
- When → find "x"

Example :

The position of a partical moving along the x-axis is given by:
$x = (6t^2 - 22t + 21)$ m. Where (t) in seconds , Find :

1. The position at $t=5$.
2. Average velocity from $t=0$ to $t=6$.
3. Velocity at $t=5$
4. Average acceleration from $t=2$ to $t=5$.
5. Acceleration at $t=0$, $t=3.2$, $t=100$.
6. Where the particale is at rest ?
7. Initial position , velocity and acceleration.
8. What is the velocity when the particle reaches $x=30$.
9. minimum position.

Solution: 1. x at $t=5$ → $x = 6t^2 - 22t + 21$

$x_{t=5} = 6(5)^2 - 22(5) + 21 = 61\,m$.

2. $V_{avg} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

• $x_f = x|_{t=6} = 6(6)^2 - 22(6) + 21 = 105\,m$

• $x_i = x|_{t=0} = 6(0)^2 - 22(0) + 21 = 21\,m$.

$t_f = 6$, $t_i = 0$ $V_{avg} = \frac{105 - 21}{6 - 0} = 14\,m/s$

← دائماً عند كل مسألة بنجد معادلة ال velocity + ال acceleration.

$x \longrightarrow v \longrightarrow a$
مشتقة.

$x = 6t^2 - 22t + 21$
$v = 12t - 22$
$a = 12$

3. $\vec{V}_{t=5} = 12(5) - 22 = 38\,m/s$

← عندما يطلب السرعة عند لحظة معينة ($\vec{V}$ at $t=5$) هي نفسها السرعة اللحظية.
↲ لذلك نعوض في المعادلة

4. $\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i}$

$V_f = V|_{t=5} = 38\,m/s$, $V_i = V|_{t=2} = 12(2) - 22 = 2\,m/s$

$\vec{a}_{avg} = \frac{38 - 2}{3} = 12\,m/s$.

5. $a = 12$ "التسارع ثابت مهما تغير الزمن"

6. at rest → $\vec{V} = 0$ → $\vec{V} = 12t - 22 = 0$ → $12t - 22 = 0$

$t = \frac{22}{12} = 1.833$ Second.

$x_{t=1.833} = 6(1.833)^2 - 22(1.833) + 21 = 0.883\,m$.

* قاعدة مهمة " العامل المشترك بين ال (a و v و x) هو ال (t) ، بالتالي عندما يطلب ال (V) مثلاً و المعطى (X) ← نوجد في البداية ال t ونعوضها في معادلة المطلوب".

7. initial ($t=0$)

• initial position → $x_{t=0} = 21\,m$

• initial velocity → $V_{t=0} = 12(0) - 22 = -22\,m/s$

• initial acceleration → $a_{t=0} = 12\,m/s^2$

• ملاحظة : الإشارة السالبة دلالة على الاتجاه (يعني الجسم يتحرك باتجاه اليسار).

8. $x = 6t^2 - 22t + 21 \rightarrow 6t^2 - 22t + 21 = 30 \rightarrow 6t^2 - 22t - 9 = 0$

$t_1 = 4.04$, $t_2 = -0.37$ → لا يوجد زمن سالب لذلك عند تحليل العبارة التربيعية نأخذ الجزء الموجب فقط.

$\vec{V} = 12(4.04) - 22 = 26.5$ m/s.

9. * دائماً عندما يطلب (max أو mini) نشتق معادلة المطلوب و نساويها بالصفر ونعوض قيمة الـ t في معادلة المطلوب. مثلاً " اذا طلب V_{max} نشتق معادلة الـ V [نسميها a] ونساويها بالصفر ونعوض قيمة t في معادلة الـ V "

$X = 6t^2 - 22t + 21 \rightarrow 12t - 22 = 0$

$t = 1.833$

$X_{min} = 6(1.833)^2 - 22(1.833) + 21 = 0.833$ m

* ملاحظة : عندما يكون التسارع بنفس إشارة السرعة معناها الـ acc. يسبب زيادة السرعة . مثلاً :

$\left.\begin{matrix}\vec{V} = -2\,m/s \\ \vec{a} = -3\,m/s\end{matrix}\right]$ $\left.\begin{matrix}\vec{V} = 2\,m/s \\ \vec{a} = 3\,m/s\end{matrix}\right]$

- في حين أن التسارع إذا كان بعكس إشارة السرعة فإنه يسبب نقصان السرعة أو تباطؤها .

$\left.\begin{matrix}\vec{V} = -2\,m/s \\ \vec{a} = 3\,m/s\end{matrix}\right]$

EX : The velocity of a particale moving along x-axis is given by.

$V = (t^2 - 12)$ m/s , Find :-

[1] Average acceleration from $t=0$ to $t=5$

[2] Acceleration at $t=6$.

[3] Acceleration when the partical is at rest.

[4] Displacement from $t=0$ to $t=5$.

[5] Average velocity from $t=0$ to $t=5$.

$\vec{a} = 2t$

$x = \frac{t^3}{3} - 12t + C$ → (تكامل معادلة V)

Solution: [1] $\vec{a}_{avg} = \dfrac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{V}_f - \vec{V}_i}{t_f - t_i}$

$\vec{V}_f = V_{t=5} = (5)^2 - 12 = 13 \ m/s$

$\vec{V}_i = V_{t=0} = -12 \ m/s$

[2] $\vec{a}_{t=6} = 2(6) = 12 m/s$

[3] at rest $\rightarrow$ $v=0$ $\quad v = t^2 - 12 \rightarrow 0 = t^2 - 12 \rightarrow t = \sqrt{12}$ sec.

$\vec{a}_{t=\sqrt{12}} = 2\sqrt{12} \approx 6.92 \ m/s^2$

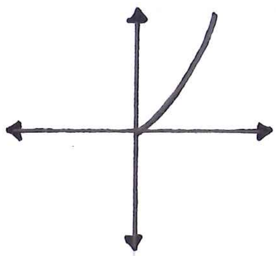
[4] $\Delta \vec{x} = x_f - x_i = \left(\dfrac{(5)^3}{3} - 12(5) + \cancel{c}\right) - \underbrace{\dfrac{0}{3} + 12(0)}_{zero} - \cancel{c} = -18.33 \ m$

[5] $\vec{V} = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{-18.33}{5} = -3.66 \ m/s$

* في هذا الجزء سوف نتعامل مع الرسوم البيانية .

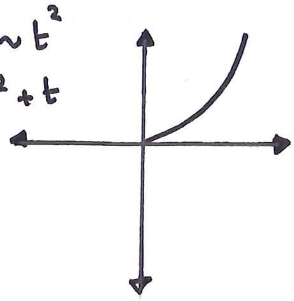
1. $x \sim t^3$

$x = t^3 - 3$



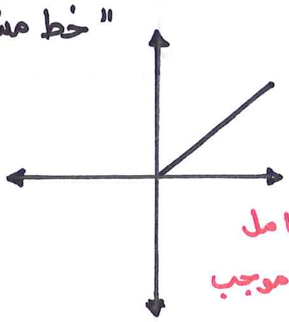
2. $x \sim t^2$

$x = t^2 + t$

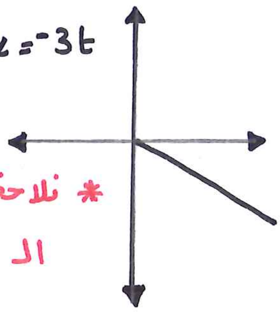


3. $x \sim t$ "خط مستقيم"

$x = 2t - 1$



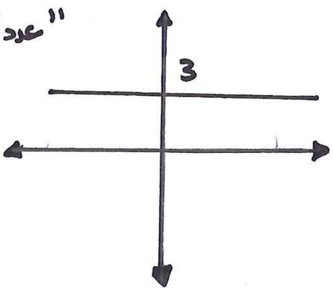
$x = -3t$



* نلاحظ الفرق عندما يكون معامل الـ t سالب وعندما يكون موجب

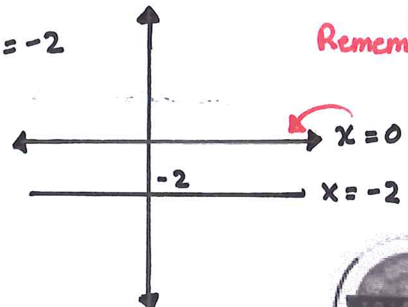
4. $x \sim c$ "عدد ثابت"

$x = 3$

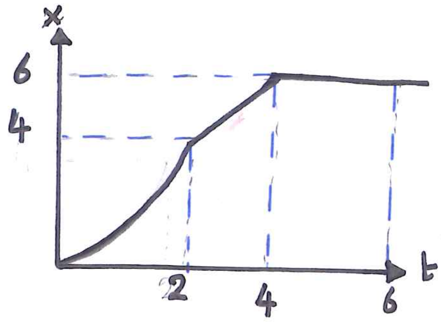


$x = -2$

Remember ツ



Ex:



From $t=0 \rightarrow t=2$

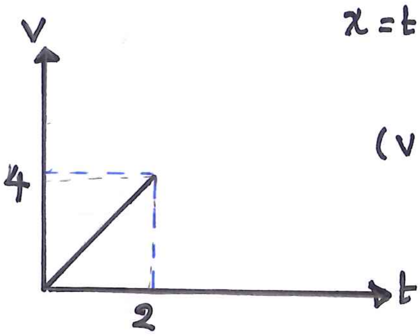
$x = t^2$

* plot : v-t graph and a-t graph

● from $t=0 \rightarrow t=2$

$x = t^2 \rightarrow V = \frac{\partial x}{\partial t} = 2t$

$(V \sim t)$



● from $t=2$ to $t=4$

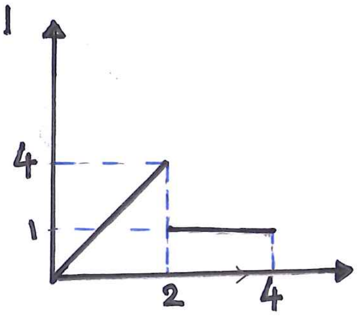
* عندما تكون معادلة خط مستقيم نجد الميل (slope) .

$\text{Slope} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-4}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$

[$\text{Slope} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ في حالة $x \sim t$]

$V = 1$

$(V \sim c)$



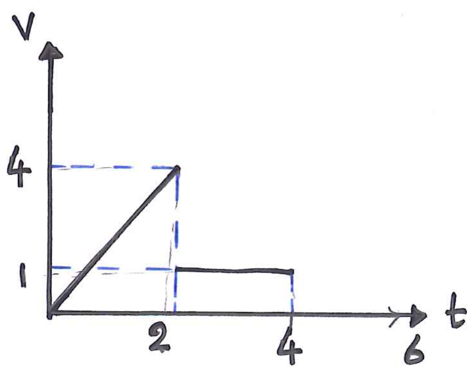
● from $t=4 \rightarrow t=6$

" مشتقة العدد الثابت تساوي صفر "

$x = 6 \quad (x \sim c)$

$V = \frac{dx}{dt} = 0$

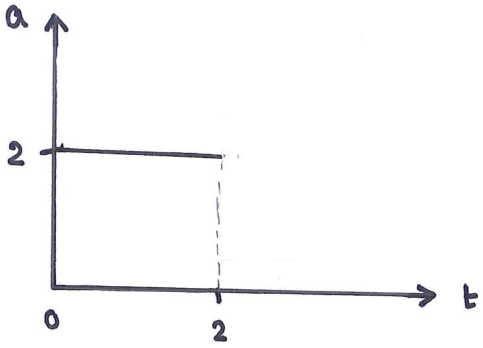
$V = 0$



- from $t = 0 \rightarrow t = 2$

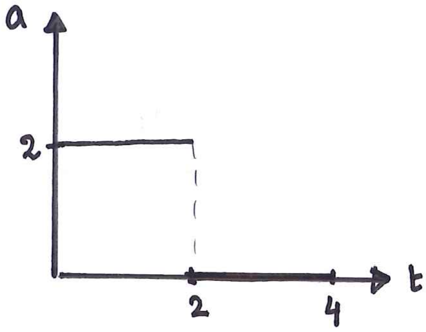
$V = 2t \qquad a = \frac{dV}{dt} = 2 \qquad a = 2$

OR $\quad a = \text{Slope} = \frac{4-2}{2-1} = 2$



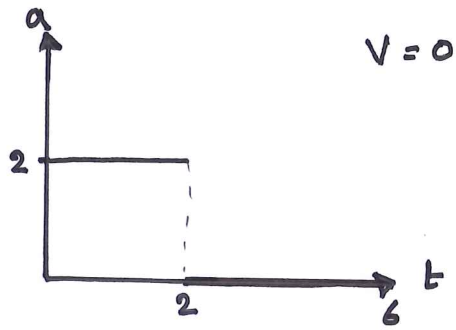
- from $t = 2$ to $t = 4$.

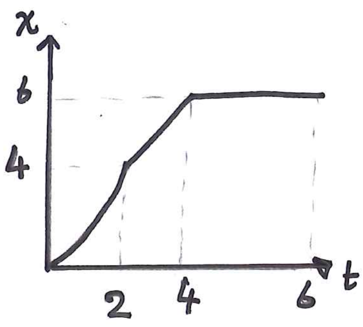
$V = 1 \rightarrow a = \frac{dV}{dt} = 0$

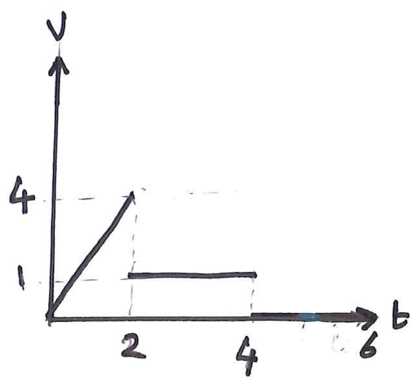


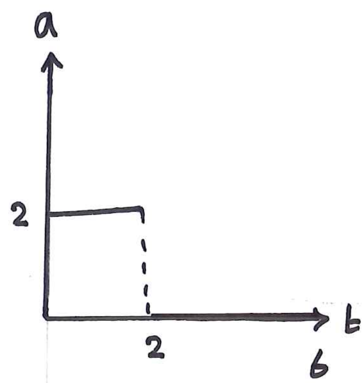
- from $t = 4$ to $t = 6$.

$V = 0 \qquad a = \frac{dV}{dt} \qquad a = 0$

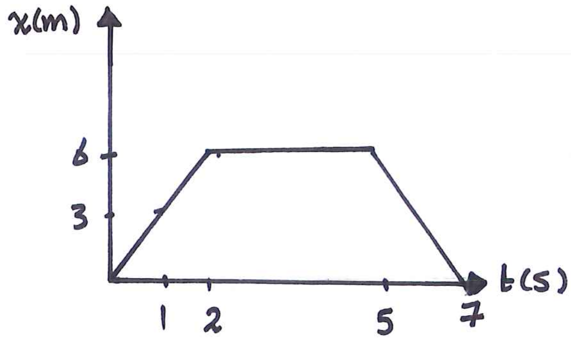








Ex: In graph shown :

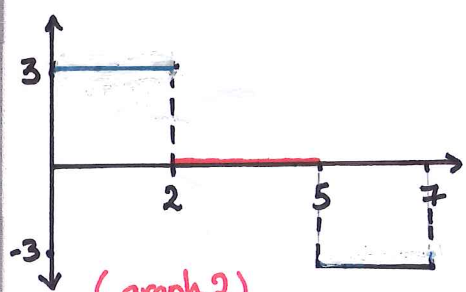


(graph 1)

Find

1. Average velocity from $t=0 \rightarrow t=5$
2. Average velocity from $t=2 \rightarrow t=5$
3. Average velocity from $t=2 \rightarrow t=7$
4. velocity at $t=3$, $t=6$, $t=6.5$, $t=1$.
5. Acceleration at $t=1$, $t=3$, $t=7$.
6. Displacement from $t=0 \rightarrow t=5$.
7. Position at $t=1$, $t=3$

Solution :

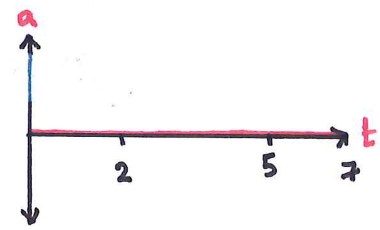


(graph 2)

$(t=0 \rightarrow t=2)$ slope (1) $= \dfrac{6-0}{2-0} = 3$

$(t=5 \rightarrow t=7)$ slope (2) $= \dfrac{0-6}{7-5} = -3$

* "لاحظ أنّ الناتج لابدّ أن يكون سالب من t=5 ← t=7 لأنّ اتجاه الخط مائل للأسفل."



$\boxed{a=0}$

1. $V_{avg} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ $\qquad x_2(@t=5)=6, \quad x_1(@t=0)=0$

$V_{avg} = \dfrac{6-0}{5-0} = 1.2$

2. $\underset{t=2 \rightarrow t=5}{V_{avg}} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{6-6}{5-2} = 0$

3. $V_{avg\,2\to7} = \frac{0-6}{7-2} = -1.2$

4. From graph (2)

$V_{@t=3} = 0$, $V_{@t=6} = -3$, $V_{@t=6.5} = -3$, $V_{@t=1} = 3$.

5. $a = 0$ (at all times).

6. $\Delta x = x_f - x_i = 6 - 0 = 6$ m.

Slope $= \frac{6-0}{2-0} = 3 \rightarrow x = 3t$

• $x_{@t=1} = 3(1) = 3m$

في الفترة :

• $x_{@t=3} = 6$ $(t=2 \rightarrow t=5)$

↳ * من الرسم *

EX : Find :

1) Acceleration @ t = 2, t = 5, t = 9, t = 7.

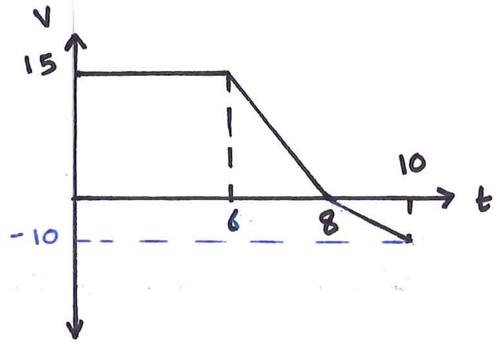
2) Average acceleration from t = 0 → t = 8

t = 6 → t = 10

3) Displacement from t = 0 → t = 8

t = 0 → t = 10

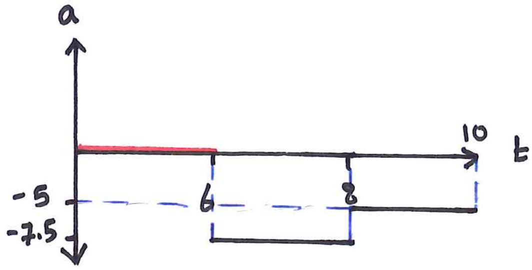
4) Average vel. from t = 6 → t = 8



Solution :

Slope(1) $= \frac{0-15}{8-6} = -7.5$
$(t=6 \rightarrow t=8)$

Slope(2) $= \frac{-10-0}{10-8} = -5$
$(8 \rightarrow 10)$



1) $a_{@t=2} = 0$, $a_{@t=5} = 0$, $a_{@t=7} = -7.5$, $a_{@t=9} = -5$

2) $a_{avg} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{0-15}{8} = -3.6\ m/s^2$

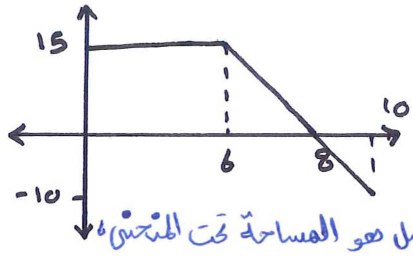
$a_{avg} = \frac{-10-15}{4} = -6.25\ m/s^2$

3) " لإيجاد الـ Displacement من رسمة t و v نحسب المساحة تحت المنحنى للفترة المطلوبة "

$\underset{0\to 8}{\Delta x} = (15\times 6) + (1/2 \times 2 \times 15)$

مساحة المربع (طول x عرض) — مساحة المثلث (نصف القاعدة * الارتفاع) [القاعدة = 8 - 6]

$= 105$ m.

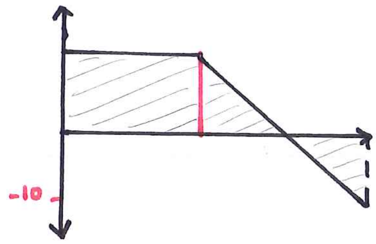


[بيانياً، التكامل هو المساحة تحت المنحنى، والمشتقة هي الميل].

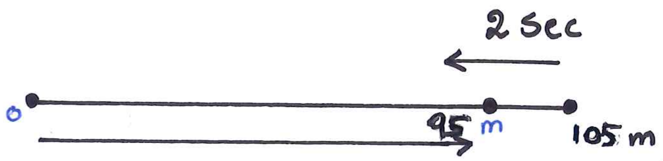
$\underset{0\to 10}{\Delta x} = (15\times 6) + (1/2 \times 2 \times 15) + (1/2 \times 2 \times -10)$

$= 95$ m

* ملاحظة: لا تنسَ إشارة السالب في حساب مساحة الشكل الثالث.



← لنفهم الحركة التي حدثت من الفترة (t = 0 → 10).



- الجسم تحرك إلى $x = 105$ خلال (8sec)
- ورجع إلى $x = 95$ خلال (2sec) لذلك عبّرنا عن $\underset{8\to 10}{\Delta x}$ بالسالب لأنه رجع بعكس الاتجاه.

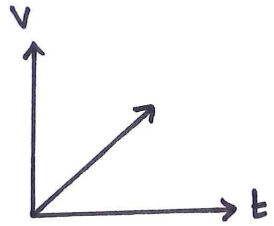
4) $V_{avg} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\underset{6\to 8}{\Delta x} = (1/2 * 2 \times 15) = 15$ m

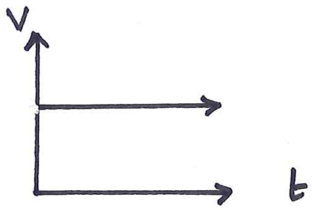
$V_{avg} = \dfrac{15}{8-6} = 7.5$ m/s

* Motion with constant acceleration : الحركة بتسارع ثابت

- يبقى التسارع ثابت ولا يتغير مع الزمن طوال فترة الحركة .



← إذاً السرعة تتغير بمعدل ثابت أو بشكل منتظم



← أو السرعة ثابتة ولا تتغير.

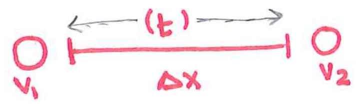
* في هذه الحالة [التسارع ثابت] لدينا مجموعة من القوانين .

→ $V_2 = V_1 + at$

→ $V_2^2 = V_1^2 + 2a\Delta x$

→ $\Delta x = V_1 t + 1/2\, a t^2$

* مثلاً : لو تحرك جسم خلال فترة زمنية " t " وتغيرت سرعته من V_1 إلى V_2



فعندها احتاج هذه القوانين لإيجاد أي معلومة احتاجها . ☺

Ex : A Car is moving with speed of 200 m/s and coming to rest with acceleration (-5 m/s²). Find :

*بما أن التسارع = رقم ثابت في السؤال
إذاً نطبق القوانين السابقة ☺

(1) time needed to stop. (2) Distance Cut after stopping.

$V_1 = 200$ m/s , $V_2 = 0$ (at rest) , $a = -5$ m/s².

1. $V_2 = V_1 + at \rightarrow 0 = 200 - 5(t) \rightarrow t = 40$ sec

2. $\Delta x = V_1 t + 1/2\, a t^2$

$= 200(40) + 1/2(-5)(40)^2$

$\Delta x = 4000$ m.

Ex: A particle moving with constant acceleration has a velocity of 20 cm/s when its position is $x = -30$ cm. Its position 7 sec later is $x = -70$ cm whats the acceleration of this particle?!

$V_1 = 20$ cm/s $\qquad \Delta x = x_f - x_i = -70 + 30 = -40$

$t = 7$ sec.

$\Delta x = V_1 t + 1/2\, a t^2$.

$-40 = (20)7 + 1/2\, a(7)^2 \rightarrow 24.5a + 140 = -40 \rightarrow a = -7.3\ cm/s^2$

* Free falling motion :) "السقوط الحرّ"

- الجسم الذي يسقط سقوط حرّ يتحرك بتسارع ثابت مقداره ($-9.8\ m/s^2$) وهو تسارع الجاذبية الأرضية ويرمز ب (g) وغالباً يقرّب إلى ($-10\ m/s^2$)

* نستبدل "g" ب "a" في القوانين السابقة و "Δy" ب "Δx" .

→ $V_2 = V_1 + g t$ $\quad$ * الإزاحة, السرعة إلى أسفل ⊖

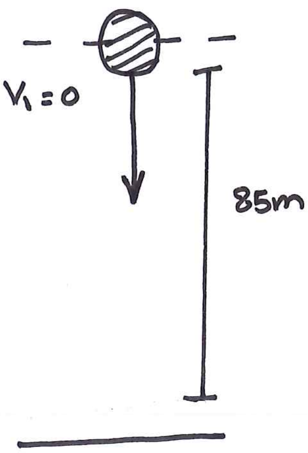
→ $V_2^2 = V_1^2 + 2 g \Delta y$ $\quad$ * الإزاحة، السرعة إلى أعلى ⊕

→ $\Delta y = V_1 t + 1/2\, g t^2$

← نستخدم (Δy) لأننا نتعامل مع بعد عامودي "y-axis".

Ex: An Object dropped from a top of a building of 85 m height, Find:-

1) Flying time
2) Final Speed.
3) Height after 2 sec.
4) Speed after 3 sec.
5) Speed at 50m height.



[$V_1 = 0$ ← dropped]

- $\Delta y = -85m$ سالبة، لأنَّ الحركة باتجاه الأسفل ⇩.
- $V_1 = 0$
- $g = -10\ m/s$

1) $\Delta y = v_1 t + 1/2\, g t^2 \rightarrow -85 = -1/2(10)\, t^2 \rightarrow t^2 = 17 \rightarrow t = 4.123\ Sec$

2) $V_2 = V_1 + gt \rightarrow 0 + (-10)(4.12) = -41.2\ m/s$.

3) $\Delta y = v_1 t + 1/2\, g t^2$.

$\Delta y = 0 - 1/2(10)(2)^2 = -20$

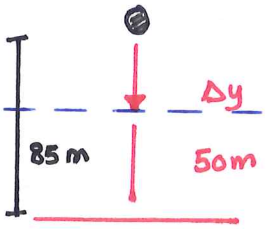
$h = 85 - 20 = 65m$

← السؤال طلب الارتفاع (height) وليس الإزاحة (Δy).

* لذلك طرحنا الإزاحة من الارتفاع الكلي وأوجدنا الارتفاع المطلوب.

4) $V_2 = V_1 + gt = 0 - (10)(3) = -30\ m/s$

5) $h = 50\ m \quad \Delta y = 50 - 85 = -35\ m$.



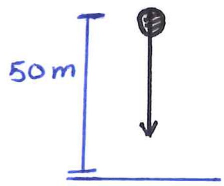
$V_2^2 = V_1^2 + 2g\Delta y \rightarrow V_2^2 = 0 + 2(10)(35)$.

$V_2 = \mp\sqrt{700} \cong \ominus 26.45\ m/s$ * لأنّ الاتجاه للأسفل

* نلاحظ أنّ اشارة السرعة سالبة لأنّ اتجاه السرعة إلى الأسفل.

EX: A ball was thrown from a height 50 m with speed 25 m/s downward

Find: 1) Time of flight 2) final speed.



1) $\Delta y = v_1 t + 1/2\, g t^2 \rightarrow -50 = -25t - 5t^2 \rightarrow t^2 + 5t - 10 = 0$

$\boxed{t = 1.53}$, $t = \cancel{-6.53}$

لا يوجد زمن سالب لذلك دائماً نختار القيمة الموجبة

2) $V_2 = V_1 + gt = -25 - (10)(1.53)$

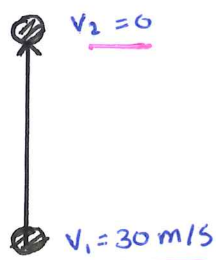
$= -40.3\ m/s$

EX: A ball is thrown from ground with initial speed 30 m/s, Find:

1) maximum height 2) Time to reach maximum height.

3) Total time 4) Displacement after (2 sec) and after (4 sec)

5) Velocity after (2 sec) and after (4 sec).



$V_1 = 30\ m/s \quad V_2 = 0$

$g = -10\ m/s^2$

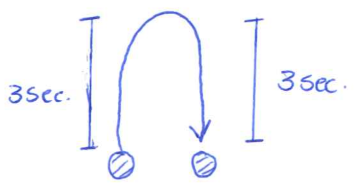
* عندما يصل الجسم لأقصى ارتفاع سرعته = صفر

1) $V_2^2 = V_1^2 + 2g\,\Delta y_{max} \rightarrow 0 = 30^2 - 2(10)\,\Delta y_{max} \rightarrow \Delta y_{max} = 45\ m$

2. $V_2 = V_1 + gt \rightarrow 0 = 30 - 10t \rightarrow t = 3\ sec.$

3. $T_{tot} = 2(3) = 6\ sec.$

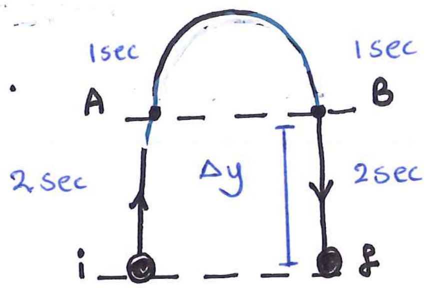
" الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل لأعلى ارتفاع هو نفس الزمن الذي يستغرقه ليرجع إلى الأرض".



← "وبالتالي الزمن الكلي للتحليق سيكون ضعف الزمن الذي استغرقه الجسم ليصل إلى أعلى ارتفاع."

4. $\Delta y = V_1 t_1 + 1/2\, g t^2 \rightarrow = 30(2) - 1/2(10)(2)^2 = 40\ m$ (after 2 sec).

- $\Delta y = V_1 t_1 + 1/2\, g t^2 \rightarrow = 30(4) - 1/2(10)(4)^2 = 40\ m$ (after 4 sec).



* ملاحظة: النقطة التي يصلها الجسم أثناء صعوده مثل (A) يرجع إليها أثناء هبوطه إلى الأرض مثل (B) وبنفس السرعة ".

5. $V_2 = V_1 + gt \rightarrow = 30 - 10(2)$
$V_2 = 10\ m$

$V_2 = V_1 + gt \rightarrow = 30 - 10(4)$
$V_2 = -10\ m$

← اختلاف الإشارة بسبب اختلاف الاتجاه:
- السرعة الأولى لأعلى (+)
- السرعة الثانية لأسفل (-)

والمقدار متساوٍ.

* ملاحظات *

١- في المثال السابق إزاحة الجسم عندما يصل الأرض تساوي صفر لأنه بدأ من نفس النقطة وانتهى إلى نفس النقطة.
$\Delta y = y_2 - y_1 = 0 \quad (Y_1 = Y_2)$

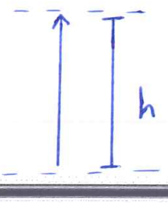
٢. بالتالي ← $=0$ $\;{}_{From}V_{avg} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ تكون السرعة المتوسطة من البداية إلى الزمن الكلي تساوي صفر.
$(t=0 \rightarrow t\ total)$

٣. لكن نلاحظ أن السرعة العددية " speed " لا تساوي صفر لأن المسافة المقطوعة تساوي ضعف الارتفاع.

$$S = \frac{2h}{\Delta t}$$

$$S_{avg} = \frac{2(40)}{6} = 13.33\ m/s$$

* في المثال السابق

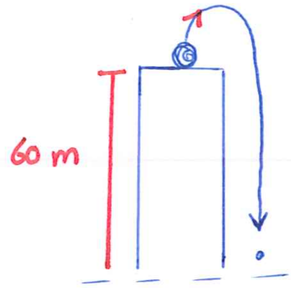


Ex: A particle thrown upword with speed $V_1 = 50\ m/s$ from a top of a building of height of 60 m , Find :-
1) Total time .
2) Final speed.

$V_1 = 50\ m/s$ $\qquad g = -10\ m/s$

$\Delta y = -60\ m$

"نلاحظ إنّه Δy تعوض سالبة وذلك لأن الجسم انتقل إلى نقطة نهاية أسفل نقطة البداية بالتالي اتجاه الإزاحة إلى الأسفل فالإشارة سالبة ."



← تذكير : في الإزاحة المهم فقط نقطة البداية والنهاية بغض النظر عن المسار .

1. $\Delta y = V_1 t + 1/2\ g t^2$

$-60 = 50t + 1/2\ (-10) t^2$

$-5t^2 + 50t + 60 = 0 \rightarrow 5t^2 - 50t - 60 = 0 \rightarrow t = 11.08\ \text{sec.}$

2. $V_2 = V_1 + gt$

$= 50 - 10\,(11.08) = -60.8\ m/s$

"إشارة السرعة سالبة لأن اتجاهها إلى أسفل" .

عَلى قَدْرِ سَعْيِكَ تَتَّسِعُ الأَرْضُ .

EX A hot air balloon is traveling vertically upward at constant speed of 5m/s when it is 21m above the ground, a package is released, for how long the package stays in the air before it arrives the ground?

* فكرة السؤال = منطاد كان يصعد للأعلى بسرعة (5m/s) وعندما كان على ارتفاع (21m) أسقط الصندوق الذي كان يحمله و المطلوب زمن تحليق الصندوق في الهواء قبل وصوله إلى الأرض.

$V_i = 5\ m/s$

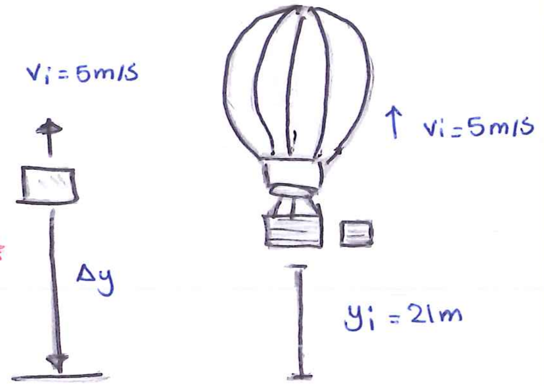
ﻟـ سرعة الصندوق الابتدائية هي نفس سرعة المنطاد $+5\ m/s$ واتجاهه للأعلى

$\Delta y = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$

$-21 = 5t + \frac{1}{2}(-10)t^2 \rightarrow 5t^2 - 5t - 21 = 0$

$t = 2.6$ sec

* من أعلى إلى أسفل ولذلك الإزاحة (Δy) تكون سالبة



EX If an object was thrown vertically from the ground level with initial speed 25 m/s and returns to the same ground level after 5.6 seconds. Find the average velocity of the object when it reachs the ground.

$V_{avg} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ $[\Delta y = y_f - y_i = 0]$ لأنّ الجسم انطلق من نفس النقطة التي عاد إليها

$y_f = y_i$

$V_{avg} = 0$

EX A particle confined to motion along the x-axis, moves with constant acceleration from x=2 m to x=8m during 2.5 seconds. The velocity of the particle at x=8m is 2.8 m/s. Find the acceleration during this time interval. $\Rightarrow x_1 = 2m,\ x_2 = 8m,\ t = 2.5,\ v_2 = 2.8\ m/s$

$v_1 = ?\ ,\ a = ?$

$\rightarrow \Delta x = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$

$6 = 2.5t + 3.125a \rightarrow 3.125a + 2.5v_1 = 6$ .. (1)

$\rightarrow v_2 = v_1 + at$

$2.8 = v_1 + 2.5a \rightarrow 2.5a + v_1 = 2.8$ .. (2)

* معادلتين بمجهولين

ﻟـ باستخدام الآلة الحاسبة

$a = 0.32\ m/s^2$

$v_1 = 2\ m/s$

[MODE → 5 → 1]

- Chapter "3" -

Motion in 2 dimention :)

- في الفصل السابق شُرحت الحركة في بعد واحد أو خط مستقيم
مثل : الحركة الأفقية على x-axis , الحركة الرأسية على y-axis.
وفي هذا الفصل سندرس الحركة في بُعدين اثنين مثل حركة المقذوفات :
" projectile motion "

← طريقة الحل بسيطة جداً مثل ما سبق لكن كل ما يجب فعله هو فصل الحركة إلى حركتين .

الحركة

Horizontal component
مركبة أفقية

$a = 0$

لأنه لا يوجد قوة مؤثرة أفقية تسبب تسارع الجسم .

[1] $V_{2x} = V_{1x} + at$ $\boxed{a=0}$

$V_x = V_1 = V_2$

السرعة الأفقية ثابتة ولا تتغير

[2] $\Delta x_2 = V_{1x}t + 1/2\, a t^2$ $(a=0)$

$\Delta x = V_x t$

* دائماً حلل للمركبتين (أفقية ورأسية)

Vertical component
مركبة رأسية

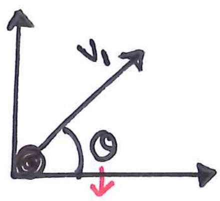
$V_{2y} = V_{1y} + gt$

$V_{2y}^2 = V_{1y}^2 + 2g\Delta y$

$\Delta y = V_{1y}t + 1/2\, gt^2$

" قوانين السقوط الحر "

$V_{y1} = V_i \sin\theta$



$V_x = V_1 \cos\theta$

الزاوية مع x-axis

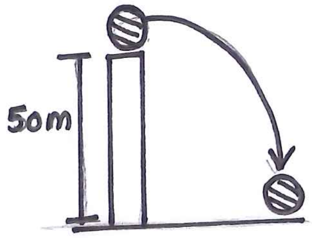
Ex: A projectile is fired from a top of a building of 50 m height with speed 30 m/s with an angle 27° above horizantal.

Find: 1. flying time 2. Range. (المسافة الأفقية)

3. ymax 4. final velocity 5. final Speed.

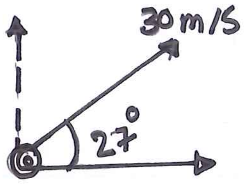
$\rightarrow g = -10\ m/s^2$ $\Delta y = -50\ m$

$v_i = 30\ m/s$ $\theta = 27°$



Solution

* أول خطوة ← تحليل السرعة الابتدائية إلى المركبتين .



$V_x = V_i \cos\theta$
$= 30 \cos 27° = 26.73\ m/s$

$V_y = V_i \sin\theta$
$= 30 \sin 27° = 13.62\ m/s$

$\Delta y = V_{y_1} t + 1/2\, g t^2$

$-50 = 13.6\, t + 1/2\,(-10)\, t^2 \rightarrow 5t^2 - 13.6t - 50 = 0$

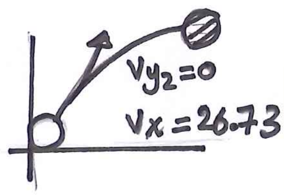
$\boxed{1}$ $t = 4.8$ sec.

$\boxed{2}$ $\Delta x = V_x t$
$= 26.73\,(4.8) = 128.3\ m$

[$V_x \rightarrow$ ثابتة ولا تتغير *]

$\boxed{3}$ $V_{y_2}^2 = V_{y_1}^2 + 2g\Delta y$

$0 = (13.62)^2 + 2(-10)\Delta y$ $\Delta y_{max} = 9.2\ m$.



$\boxed{4}$ * دائماً عندما يطلب (final velocity) ← جد السرعة الأفقية النهائية و السرعة النهائية الرأسية ← جد المحصلة .

$V_{x_2} = V_{x_1} = 26.73$ $V_{y_2} = V_{y_1} + gt \rightarrow = 13.62 - 10(4.8)$
$= -34.38$

$V_f = 26.73\hat{i} - 34.38\hat{j}$

* نلاحظ أنّ اتجاه السرعة النهائية في الربع الرابع . $(+\hat{i}, -\hat{j})$

$\boxed{5}$ $S = |\vec{V}| = \sqrt{(26.73)^2 + (-34.38)^2}$

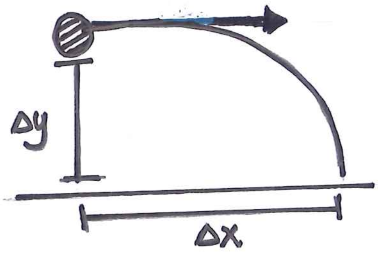
$= 43.55\ m/s$

Speed = magnitude

Example: An object is thrown horizantly with speed 20 m/s from 45 m height, Find:

[1] Flying time [2] horizantal distance (range)

[3] Final velocity and speed.



$\theta = 0$ $V_i = 20\ m/s$

$\Delta y = 45\ m$ $g = 10\ m/s^2$

$V_{x_1} = V_i \cos\theta = V_i = 20\ m/s$

$V_{y_1} = V_i \sin\theta = 0$

$\Delta y = V_{y_1} t + 1/2 g t^2 \rightarrow -45 = 0 - 5t^2$ [1] $t = \sqrt{9} = 3\ sec.$

[2] $\Delta x = V_x t$

$= 20(3) = 60\ m.$

[3] $V_{x_2} = V_{x_1} = 20\ m/s$

$V_{y_2} = V_{y_1} + gt$

$= 0 - 10(3) = -30\ m/s$

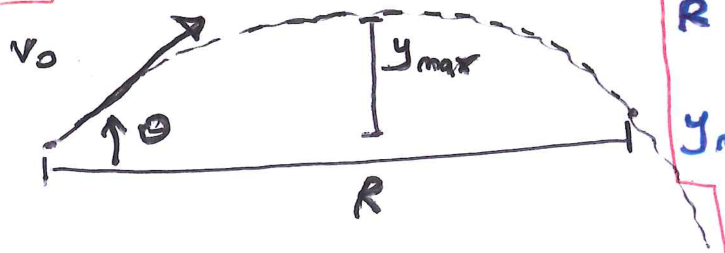
$V_f = (20\hat{i} - 30\hat{j})\ m/s$

$S = \sqrt{(20)^2 + (-30)^2} = 36\ m/s$

$\# \ R = \dfrac{V_0^2 \sin 2\theta}{-g}$ ⇒ قانون يستخدم لحساب المسافة الأفقية بين نقطة الانطلاق ونقطة النهاية إذا كانتا على نفس المستوى

$\# \ y_{max} = \dfrac{V_0^2 \sin\theta^2}{-2g}$ ⇒ قانون يستخدم لحساب أقصى إزاحة رأسية إذا كانت زاوية الإطلاق مع المحور الأفقي موجبة

Ex if $V_0 = 30\ m/s$, $\theta = 38°$ Find y_{max}, R.



$R = \dfrac{(30)^2 \sin(2(38))}{-(-9.8)} = 89\ m$

$y_{max} = \dfrac{(30)^2 (\sin(38))^2}{-2(-9.81)}$

$= 17.4\ m$

1 The position of a particle moving in the (x-y) plane is given by $\vec{r} = -(2t^2+25)\hat{i} + (2t^4+19)\hat{j}$. Where (r) is in meters and (t) in seconds.

Find: The magnitude of the acceleration (in m/s^2) at (t = 2):

* كما في chapter (2)، فقط الفرق أنّ هناك بُعدين "x,y" لذا علينا فقط أنّ نشتق لنحصل على معادلة $\vec{V}$، ونشتق $\vec{V}$ حتى نحصل على معادلة $\vec{a}$.

$\vec{r} = -(2t^2+25)\hat{i} + (2t^4+19)\hat{j}$.

$\vec{V} = -(4t)\hat{i} + (8t^3)\hat{j}$. $\rightarrow$ $\vec{a} = -4\hat{i} + 24t^2\hat{j}$

$\vec{a} = -4\hat{i} + 24(2)^2\hat{j}$ $\rightarrow$ $\vec{a} = -4\hat{i} + 96\hat{j}$.

$|\vec{a}| = \sqrt{(-4)^2 + (96)^2}$ $\quad |\vec{a}| \cong 96.08\ m/s^2$

2 A particle starts from the origin at (t = 0) with a velocity of $\vec{V} = (18\hat{i} - 8\hat{j})$ m/s and moves in the (x,y) plane with a constant acceleration of $\vec{a} = (2\hat{i} - 6\hat{j})$, Find:- The speed of the particle at (t = 4 s).

* نقسّم السرعة إلى مركبتين.

$\vec{V_i} = 18\hat{i} - 8\hat{j}$ $\quad V_{ix} = 18$, $V_{iy} = -8$

$\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j}$ $\quad a_x = 2$, $a_y = -6$ $\quad$] $t = 4$

• $V_{fx} = V_{ix} + a_x t$
$= 18 + 2(4) = 26\ m/s$

• $V_{fy} = V_{iy} + a_y t$
$= -8 - 6(4) = -32\ m/s$

* $\vec{V_f} = 26\hat{i} - 32\hat{j}$

$|S_f| = \sqrt{(26)^2 + (-32)^2}$
$= 41.23\ m/s$

$\boxed{3}$ A particle moves in xy plane with constant acceleration of ($\vec{a} = -3\hat{j}$). At time ($t = 0$), it's position (in m) is $10\hat{j}$ and it's velocity (in m/s) is ($-4\hat{i} + 10\hat{j}$). At ($t = 3$ sec). Find the distance (in m) of the particle from origin.

* قاعدة في الحل: دائماً عندما يكون السؤال في بُعدين (x,y) نوجد المجاهيل على ال x ونوجد المجاهيل على ال y ثم نحسب مجموع المركبتين تحت الجذر.

* في السؤال مطلوب البعد لذلك نجد البعد على ال x - axis والبعد على ال y-axis ثم نحسب البعد الحقيقي.

$\vec{a} = -3\hat{j}$

$\vec{r}_i = 10\hat{i}$ $\quad$ $<\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}>$.

$\vec{v} = -4\hat{i} + 10\hat{j}$

x - axis

$a_x = 0$ m/s

$x_i = 0$ m $\quad$ $t = 3$

$V_{xi} = -4$ m/s

$\Delta x = x_f - x_i = V_{xi}t + 1/2\,at^2$

$x_f = x_i + V_{xi}t + 1/2\,a_x t^2$

$x_f = -4(3) = -12$ m/s

y - axis

$a_y = -3$ m/s

$y_i = 10$ m $\quad$ $t = 3$

$V_{yi} = 10$ m/s.

$\Delta y = y_f - y_i = V_{yi}t + 1/2\,at^2$

$y_f = y_i + V_{yi}t + 1/2\,\ t^2$

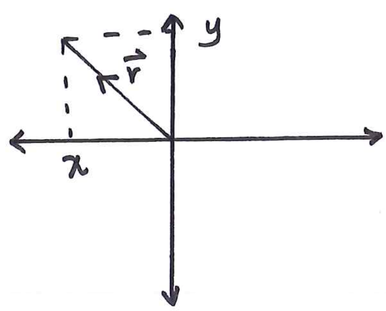
$= 10 + 10(3) - 1/2\,(3)(3)^2$

$y_f = 26.5$ m

$\vec{r}_f = -12\hat{i} + 26.5\hat{j}$

$r_f = \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{(-12)^2 + (26.5)^2} = 29$ m



* نلاحظ أنّ الزمن (t) هو الكمية المشتركة بين المركبات على (x) والمركبات على (y)

Ex At $t=0$, a particle leaves the origin with a velocity of 6 m/s in the +y-axis direction. It's acceleration is given by $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$. At the instant the particle reaches it's maximum y coordinate, how far is the particle from the origin?

$V_{iy} = 6\ m/s \quad \leftrightarrow \quad a_y = -2\ m/s^2$

$V_{ix} = 0 \quad \leftrightarrow \quad a_x = 3\ m/s$

" الجسم في هذه الحالة سيستمر بالتحرك إلى الأعلى حتى يصل إلى أعلى ارتفاع عندما تصبح قيمة (V_y) تساوي صفرًا، حيث أنّ "a_y" لها قيمة سالبة أي أنّ "V_y" سوف تتناقص وسوف يصل الجسم إلى أعلى ارتفاع عند $V_y = 0$ قبل أن ينعكس اتجاه السرعة ويصبح بالسالب ويتحرك الجسم إلى الأسفل "

$y_{max} \Rightarrow V_{2y} = 0$

$V_{2y} = V_{iy} + a_y t \quad \rightarrow \quad 0 = 6 + (-2)t \quad \rightarrow \quad t = 3\ sec.$

$\Delta y = V_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \rightarrow \quad = 6(3) + \frac{1}{2}(-2)(3)^2 = 9m$

$\Delta x = V_{ix} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$0 + \frac{1}{2}(3)(3)^2 = 13.5m$

$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

$= \sqrt{9^2 + 13.5^2}$

$\Delta r = 16.22\ m$

Ex.
A man drives north for 35 minutes at 85 km/h and then stops for 15 minutes. He then continues north traveling 150 km in 2 hours.
The distance from origin is :-

a) 180 km
b) 160 km
c) 200 km
d) 142 km
e) 50 km

$\Delta t_1 \Rightarrow 35 \text{ min} = \left(\frac{35}{60}\right) \text{ hours}$

$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 + \frac{1}{2} a t^2$ ($a = 0$ (لأنه بسرعة ثابتة طوال الفترة)

$= (85)\left(\frac{35}{60}\right) = (49.6) \text{ km}$

$\Delta x_2 = 150 \text{ km}$

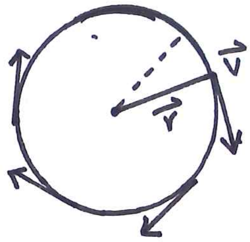
$D = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 49.6 + 150 \approx 200 \text{ km}$ c

هذا الجزء يشرح الحركة الدائرية ☺

* Circular Motion ≡

$\vec{r}$ radius ≡ نصف القطر

- التسارع في الحركة الدائرية مركب من تسارعين :-



[1] تسارع مسؤول عن زيادة أو تقليل السرعة (V_t) ويسمى التسارع المماسي " tangential acceleration ".

ويرمز له بـ $\vec{a}_t$ واتجاهه مماس لمسار الدائرة. وقانونه $a_t = \frac{dv}{dt}$

وتطبق عليه قوانين الحركة السابقة في حال كان التسارع ثابت.

* uniform circular motion ≡

$a_t = 0$ $V = \frac{2\pi r N}{t}$ [N: عدد الدورات] . [t : الزمن]

* باختصار ☺ = هو كما في التسارع الذي تعاملنا معه سابقاً.

ملاحظة : اتجاه السرعة بنفس اتجاه $\vec{a}_t$ (مماس للمسار الدائري).

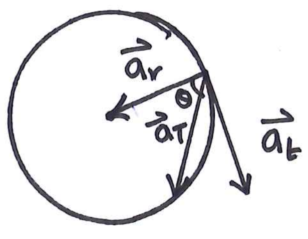
[2] تسارع مسؤول عن تغيير اتجاه السرعة في كل لحظة يسمى "التسارع المركزي" " Radial acceleration ".

* تذكر ☺ : أنّ السرعة المتجهة كمية متجهة وتعتمد على المقدار والاتجاه. والتسارع هو التغير في مقدار أو اتجاه السرعة أو الاثنين معاً.

ويرمز له بـ $\vec{a}_r$ وقانونه $\vec{a}_r = \frac{V^2}{r}$ و اتجاهه باتجاه مركز الدائرة.

- ملاحظة : $\vec{a}_r$ لا يؤثر أبداً على مقدار السرعة فقط على اتجاه السرعة.

← ومجموع التسارعين هو التسارع الكلي $\vec{a}_T$



$a_T = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$ (Total acceleration)

$\vec{a}_r = \vec{a}_T \cos\theta$

$\vec{a}_t = \vec{a}_T \sin\theta$

$\tan\theta = \frac{a_t}{a_r}$

ملاحظة ≡ Speed Constant ← motion circular Uniform *

تذكير :- [1] المسافة المقطوعة خلال دورة تساوي محيط الدائرة =⊲ $D = 2\pi r$

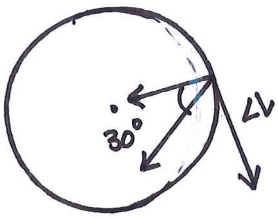
[2] المسافة المقطوعة خلال أكثر من دورة يساوي محيط الدائرة مضروب بعدد الدورات (N) =⊲ $D = 2\pi r N$

مثال :- جسم سلك مسارًا دائريًا (5) دورات، نصف قطر المسار = 4m

إذًا المسافة المقطوعة ← $D = 2\pi r N$

$= 2\pi(4)(5) = 40\pi \ m.$

Ex: The figure shows a particle moving clockwise in circular path of radius 2.5 m. The total acceleration of the shown instant has a magnitude of $15 \ m/s^2$. Find: Speed of the particle.



$a_r = a_T \cos\theta$

$= 15 \cos 30° = 13 \ m/s^2.$

$a_r = \frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = r * a_r$

$V = 5.7 \ m/s.$

Ex: If the speed of an object moving in a circular path is given by: $V = 2t^2 - 6$, Find: total acceleration if $r = 10m$ at $t = 4$ sec.

$a_t = \frac{\partial V}{\partial t} = 4t$

$a_{t @ t=4} = 4(4) = 16 \ m/s^2$

$V_{@ t=4} = 2(4)^2 - 6 = 26 \ m/s.$

$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(26)^2}{10} = 67.6 \ m/s^2$

$a_{total} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$

$= \sqrt{(16)^2 + (67.6)^2}$

$a_{Total} = 69.47 \ m/s^2$

Ex: A car is moving with a uniform circular motion with a speed of 80 m/s, and completes two revolution around a circular track in 40 s. The magnitude of its acceleration.

((uniform circular motion → constant speed → $a_t = 0$.))

← لأنّ السرعة ثابتة وبالتالي فإنّ التغيّر في مقدارها يساوي صفر وهو (a_t) →

ملاحظة :- قانون ⇐ $V = \frac{2\pi r N}{t}$ يطبق فقط في حالة السرعة الثابتة $(a_t = 0)$

$V = 80\ m/s$ $\quad V = \frac{2\pi r N}{t} \Rightarrow r = \frac{Vt}{2\pi N} = \frac{80\ (40)}{2\pi\ (2)} = 254.64\ m$

$a_r = \frac{V^2}{r} = \frac{(80)^2}{254.64} = 25.13\ m/s^2$ $\quad a_T = \sqrt{a_r^2 + \cancel{a_t^2}}$ zero

so (($a_T = a_r$))

$a_T = 25.13\ m/s^2$

Ex: The speed of a particle moving in a circle of r = 2 m. increases at constant rate of $8\ m/s^2$. At an instant when the magnitude of the total acceleration is $12\ m/s^2$. Find The speed of the particle.

$a_t = 8\ m/s^2$ $\quad a_{Total} = 12\ m/s^2$

$a_T^2 = a_r^2 + a_t^2$ $\quad a_r = \sqrt{a_T^2 - a_t^2}$

$a_r = \sqrt{12^2 - 8^2} = 8.94\ m/s^2$

$a_r = \frac{V^2}{r}$ $\quad V = \sqrt{a_r \times r} = \sqrt{8.94 \times 2}$

$V = 4.23\ m/s$

مَنْ تَأَنَّى نَالَ مَا تَمَنَّى !

اسألني عن الهندسة

Ex.) The earth has a raduis of 6380 km and turns once around its axis in (24) hours.

Find the magnitude of centripetal acceleration of an object at the earth's equator. " خط الاستواء "

km → m
hours → sec.

$$V = \frac{2\pi r N}{t} = \frac{2\pi (6380 \times 10^3)(1)}{24 \times 60 \times 60}$$

$$= (464)\ m/s$$

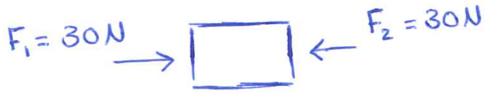
$$a_t = \frac{v^2}{r} = \frac{(464)^2}{6380 \times 10^3} = 0.034\ m/s^2$$

* Chapter 4 and 5 *

← في هذين الفصلين سوف نتحدث عن قوانين نيوتن للحركة وتطبيقاتها .

* القانون الأول لنيوتن :

- الجسم الساكن يبقى ساكن ، والجسم المتحرك يبقى متحرك في خط مستقيم مالم تؤثر عليه قوى ما . أيّ أنه إذا كانت محصلة القوى عليه جسم ساكن تساوي صفر فإنه يبقى ساكناً .



$$\Sigma F = F_1 + F_2 = 30 - 30 = 0$$

$\oplus \rightarrow$

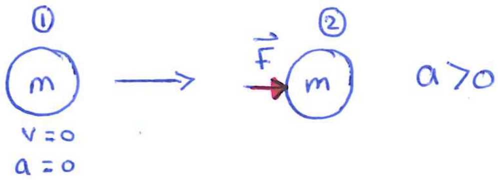
$\ominus \leftarrow$

* تذكر! ← القوة كمية متجهة " Vector quantity " وبالتالي الإشارة تعبّر عن الاتجاه .

* القانون الثاني لنيوتن :

- إذا أثرت قوة على جسم ما فإنها تكسبه تسارعاً يتناسب طردياً مع القوة المؤثرة عليه وعكسياً مع كتلته .

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$



- أيّ أنّ الجسم الذي لديه كتله (m) كان ساكناً فإذا أثرت عليه قوة $\vec{F}$ باتجاه معين، سيكتسب الجسم تسارع وهذا التسارع يزيد كلما قلّ مقدار كتلة الجسم و يقلّ كلما زادت الكتلة .

" الأجسام الخفيفة تتسارع بشكل أكبر من تسارع الأجسام الثقيلة إذا تأثرت بنفس القوة " .

* خلال الحركة هنالك بُعدين :

" 2- dimensions "

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\left[\begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}_x \\ \Sigma \vec{F}_y = m\vec{a}_y \end{array}\right]$$

* أنواع القوى :

[1] قوة الدفع

[2] قوة الوزن (Weight) : هي قوة جذب الكرة الأرضية للجسم

$W = mg$

m: mass

g: (gravitational acceleration) تسارع الجاذبية الأرضية

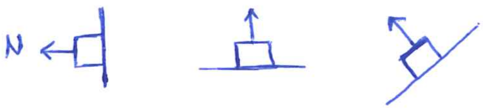
واتجاهها دائماً للأسفل .

[3] القوة العمودية "Normal Force" .

هي قوة يؤثر بها السطح على الأجسام نتيجة قانون نيوتن الثالث.

"لكل فعل ردّ فعل مساوٍ له في المقدار ومعاكس له في الاتجاه".

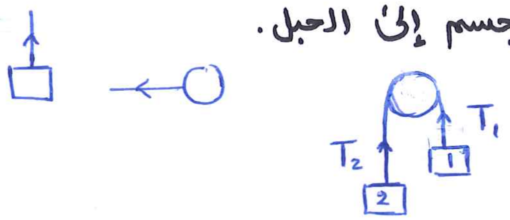
* ويكون اتجاهها عمودياً على السطح .



← عند دفعك لحائط على سبيل المثال فإن الحائط سيدفعك بقوة عمودية

[4] قوة الشدّ . (Tension)

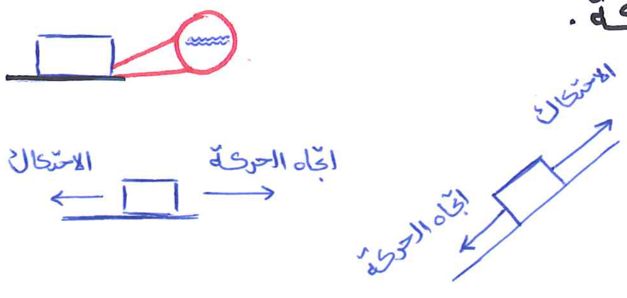
وهي قوة تؤثر بها الحبال على الأجسام واتجاهها من الجسم إلى الحبل.



← قوة الشدّ متساوية للحبل الواحد عند طرفي الحبل →
$T_1 = T_2$

[5] قوة الاحتكاك (Friction Force) .

- هي قوة تقاوم الحركة بسبب وجود نتوءات وفجوات بين الأجسام والأسطح مماً .
يصعّب الحركة واتجاهها دائماً عكس اتجاه الحركة .



وينقسم إلى نوعين :

1) احتكاك سكوني ← $f_s = \mu_s N$

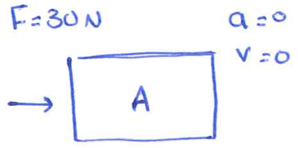
2) احتكاك حركي ← $f_k = \mu_k N$

• μ_k: Coefficient of Kinetic Friction (معامل الاحتكاك الحركي)

• μ_s: Coefficient of static friction (معامل الاحتكاك السكوني) • N: Normal force.

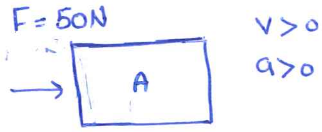
* معامل الاحتكاك يعتمد على نوع المادة ، فالمادة الخشنة معامل الاحتكاك لها أكبر من المادة الناعمة . $(0 \leq \mu_k \leq 1)$. $(0 \leq \mu_s \leq 1)$

- الفرق بين الاحتكاك السكوني والحركي . هو أنّ الاحتكاك السكوني (f_s) يقاوم حركة الجسم الساكن وأنّ الاحتكاك الحركي يقاوم حركة الجسم المتحرك (f_k).



- الجسم (A) في حالة (1) أثرت عليه قوة $\vec{F}=30N$ لكنّه لم يتحرك
" بالتالي يقاوم القوة ، قوة الاحتكاك السكوني بقيمة مساوية في المقدار ومعاكسة في الاتجاه ".

1) $\vec{F_s} = -30N$.

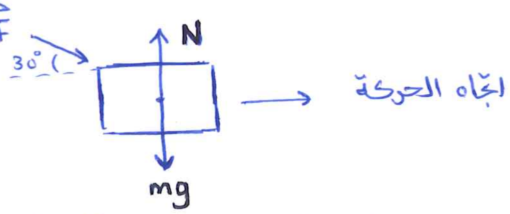


- الجسم (A) في حالة (2) تحرك عندما ازداد مقدار القوة $\vec{F}$
وبالتالي في هذه الحالة يقاوم الحركة الاحتكاك الحركي f_k

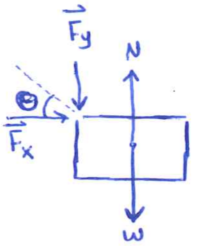
2) $f_k = \mu_k N$

* **Ex:** $m = 5kg$, $\vec{F} = 300N$. Find : 1) Normal force.
2) Acceleration while the surface is smooth (no friction).

1) الخطوة الأولى : نحدّد القوى المؤثرة على الجسم ← ٣ قوى ونحدّد اتجاه الحركة (Free body diagram).



2) الخطوة الثانية : نحلل القوى على محور الحركة (x - axis) والعمودي عليه .



$\vec{F_x} = F\cos\theta = 300\cos 30 \approx 260 N$

$\vec{F_y} = \vec{F}\sin\theta = 300\sin 30 = 150 N$.

3) الخطوة الثالثة : نطبّق القانون الثاني لنيوتن. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$\Sigma\vec{F_y} = ma_y \rightarrow N - mg - F_y = ma_y$ $(a_y = 0)$

$N - (5)(10) - 150 = 0$

$N = 200 N$.

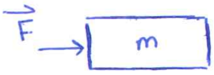
$\Sigma\vec{F_x} = ma_x$

$260 = 5a_x$ $\quad$ * $a_x = 52 m/s^2$.

* لأنّه لا يوجد حركة على (y - axis) $(a_y = 0)$

* نعوّض القوى التي باتجاه الحركة ⊕ والعكس ⊖

* في حال عدم وجود حركة نفرض اتجاه للحركة ونعوّض على أساسه

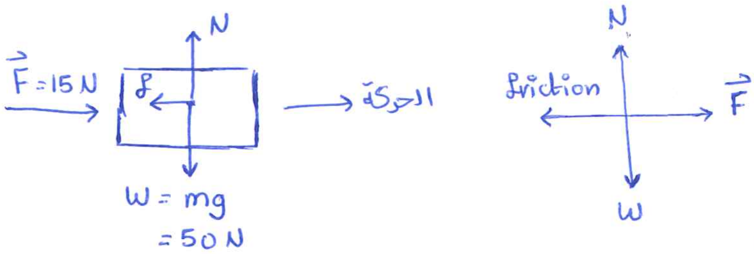


Ex: If $m = 5\,kg$, $\mu_s = 0.4$, $\mu_k = 0.2$, Find:

1) Friction force if $F = 15\,N$ and, find the acceleration.

2) Friction force if $F = 25\,N$ and, find the acceleration.

State 1 Free body diagram.



$\sum \vec{F}_y = N - mg = 0$

$N = mg = 5(10) = 50\,N$

$f_s = \mu_s N = (0.4)(50)$

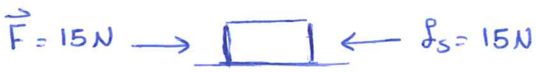
$= 20\,N$

$F < f_s$ so the body will not move ($a = 0$).

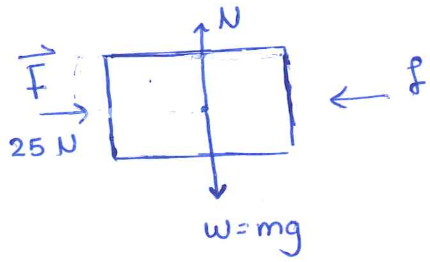
$\sum F_x = m a_x \qquad (a_x = 0)$

$F - f_s = 0 \qquad F = f_s = 15\,N$.

- في هذه الحالة: يجب على قوة الدفع أنّ تتعدّى هذه القيمة ($\mu_s N$) حتى يتحرك الجسم فإذا قلّت قيمة قوة الدفع عن ($\mu_s N$) فإنّ الجسم يبقى ساكن وقوة الاحتكاك السكوني ستقاوم قوة الدفع بنفس القيمة وباتجاه معاكس لأنّ الجسم ساكن ومجموع القوى على محور الحركة ستساوي صفر.



State 2



* $\sum \vec{F}_y = m a_y \rightarrow N - mg = 0 \rightarrow N = 50\,N$

$f_s = \mu_s N \rightarrow (0.4)(5) = 20\,N$

$\boxed{F > f_s}$ so the body will move.

and we will use the kinetic friction force (f_K).

$f_K = \mu_k N = (0.2)(50) = 10\,N$

* $\sum \vec{F}_x = m a_x \rightarrow F - f_K = m a_x$

$25 - 10 = 5 a_x$

$a_x = 3\,m/s^2$

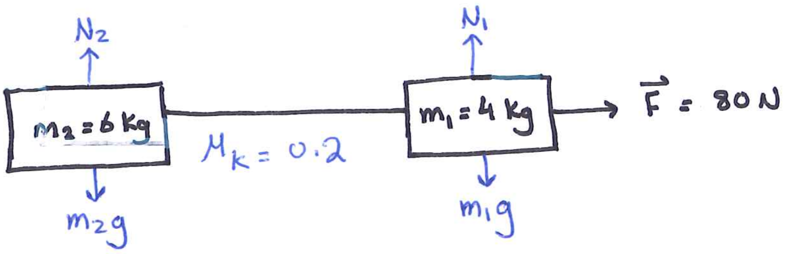
" في هذه الحالة تعدّت قيمة قوة الدفع $\vec{F}$ قيمة ($\mu_s K$) وبالتالي فإنّ الجسم سيتحرك وسيقاوم حركته في هذه الحالة قوة الاحتكاك الحركي f_K وليس قوة الاحتكاك السكوني f_s ".

ملاحظة : معامل الاحتكاك السكوني μ_s دائماً أكبر من معامل الاحتكاك الحركي μ_k ($\mu_s > \mu_k$) ويعود السبب أنّه في حالة السكون التداخلات بين النتوءات و الفراغات بين الجسم والسطح تكون أكبر في حين أنّه في حالة الحركة ليس هناك وقت كافٍ لتداخل النتوءات و الفراغات كما في حالة السكون.

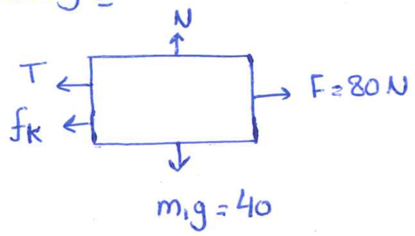
Ex: Find :

1) Acceleration.

2) Tension force.



Body 1 :



$* \sum \vec{F_y} = m a_y \rightarrow N - m_1 g = 0 \rightarrow N = 40\ N$

$f_k = \mu_k N = (0.2)(40) = 8\ N$

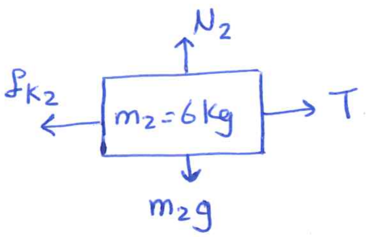
$* \sum \vec{F_x} = F - f_k - T = m_1 a_x$

$80 - 8 - T = 4 a_x$

$72 - T = 4 a_x \quad \dots ①$

← نلاحظ أنّه إذا كنا سنتعامل مع كل جسم على حدى فإنّ $\vec{F}$ ستؤثر فقط على الجسم الملامس لها.

Body 2



$\sum \vec{F_y} = 0 \rightarrow N_2 = m_2 g = 60\ N$

$f_{k_2} = \mu_k N = (0.2)(60) = 12\ N$

$\sum \vec{F_x} = m a_x \rightarrow T - f_{k_2} = m \vec{a_x}$

$T - 12 = m a_x \quad \dots ②$

* ملاحظات مهمّة : ١) قوة الشدّ " Tension force " للحبل الواحد متساوية عند كل الأطراف.

٢) التسارع $\vec{a_x}$ للجسم الأول هو نفسه للجسم الثاني لأنّ الجسمين موصولان بحبل وحركتهم واحدة.

- نجمع المعادلة ① مع ②

$72 - 12 = 10 a_x$

$a_x = 6\ m/s^2$

- نعوّض في المعادلة ②

$T - 12 = 6 a_x$

$T - 12 = 36 \qquad T = 48\ N$

* نلاحظ في المثال السابق : أنّه يمكن أن نعتبر الجسمين جسم واحد مع الغاء تأثير القوى الداخلية (Internal forces) مثل قوة الشدّ لأنها تلغي بعضها ونأخذ بتأثير القوى .. الخارجية فقط .

* $\sum \vec{F_y} = N - (m_1+m_2)g = \quad N = 100\ N$

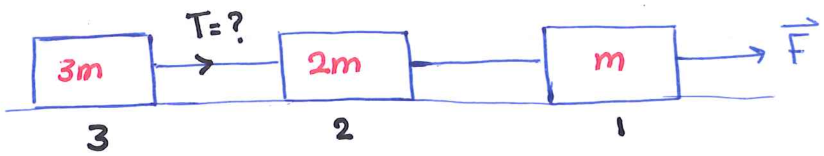
$f_k = 0.2\,(100) = 20\ N$.

* $\sum \vec{F_x} = F - f_k = (m_1+m_2)\,a_x$

$80 - 20 = 10\,a$

$a = 6\ m/s^2$

Ex: If the surface is smooth, Tension force that affect on body 3 is: ① $\frac{F}{2}$ ② F ③ $\frac{F}{3}$ ④ $3F$.

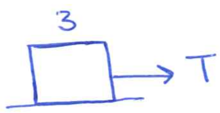


- في البداية سنعتبر الأجسام الثلاث جسم واحد مع إلغاء تأثير القوى الداخلية (قوى الشدّ).

$\sum \vec{F} = ma \quad \therefore F = (m + 2m + 3m)\,a$

$F = 6ma \longrightarrow a = \frac{F}{6m}$

- الآن نأخذ الجسم الثالث فقط ونلاحظ أنّه سيتحرك بنفس التسارع لأن الحركة واحدة للأجسام الثلاثة الموصولة ببعضها.



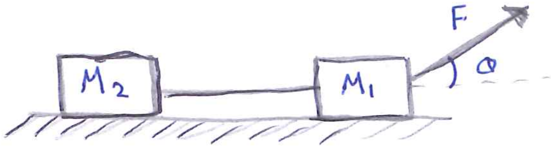
$\sum F = ma$

$T = \cancel{3}\cancel{m}\,\frac{F}{\cancel{2}\cancel{6}\cancel{m}}$

$T = \frac{F}{2}$

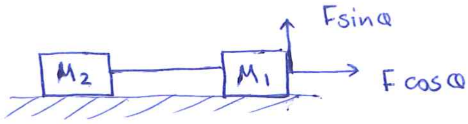
الإجابة الصحيحة هي ← $\frac{F}{2}$

Ex If the surface is smooth, find the tension in the wire.



$M_1 = 20\,kg$, $F = 50N$
$M_2 = 30\,kg$, $\theta = 45°$

Sol:



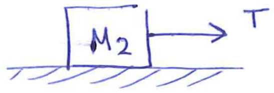
(نعامل الجسمين كجسم واحد)

$$\Sigma F = Ma$$

$$F\cos\theta = (M_1 + M_2)\,a$$

$$50\cos 45 = (20+30)\,a \quad \rightarrow \quad a = 0.7\ m/s^2$$

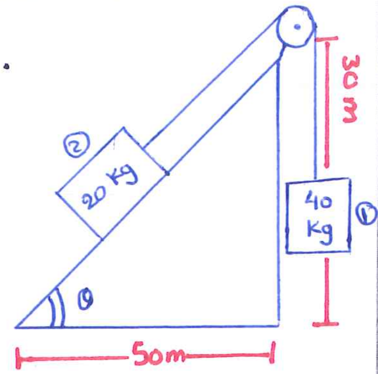
(نعامل الجسم الثاني لوحده)



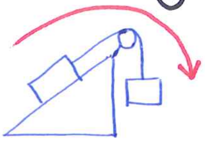
$$T = M_2 a = 30(0.7) = 21.2N.$$

EX: $m_1 = 40\,kg$, $m_2 = 20\,kg$ if the surface is smooth :

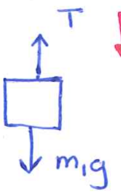
Find 1) acceleration 2) Tension 3) Normal force .



- في البداية نفرض اتجاه الحركة ☺



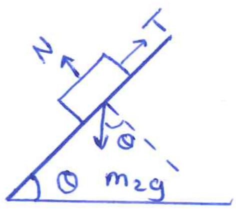
F.B.D 1



↓motion $\Sigma F = m_1 a$

$m_1 g - T = m_1 a \rightarrow 400 - T = 40a \quad .. ①$

F.B.D 2

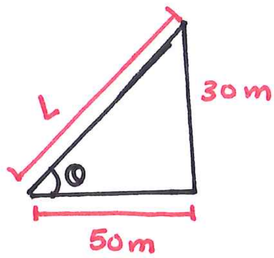


* تذكير ← اتجاه الوزن للأسفل (W) و اتجاه القوة العمودية (N) عمودية على السطح

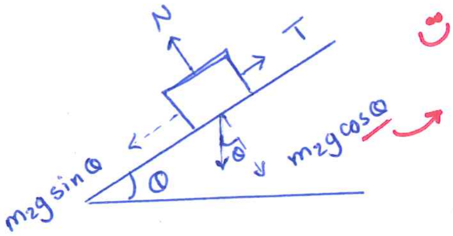
$L = \sqrt{50^2 + 30^2} = 58.3$

$\cos\theta = \frac{50}{58.3} = 0.857$

$\sin\theta = \frac{30}{58.3} = 0.514$



- نحلل قوة الوزن على محور الحركة والمحور العمودي عليه



* المركبة العمودية ☺ ($m_2 g \cos\theta$) لأنها .. أقرب للزاوية

$\Sigma F_y = 0$

$N - m_2 g \cos\theta = 0$

$N = 20(10)(0.857) = 171.4\,N$

$\Sigma \vec{F}_x = M a_x \rightarrow T - m_2 g \sin\theta = m_2 a$ نفس تسارع الجسم ①

$T - (20)(10)(0.514) = 20a$

$T - 103 = 20a \quad ... ②$

① + ②

$400 - 103 = 60a$

$a = 4.95\ m/s^2$

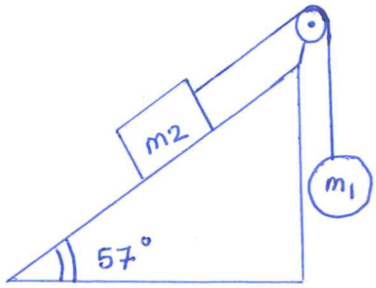
نعوض في 2

$T - 103 = 20(4.95)$

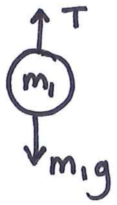
$T = 202\,N$

Ex: $m_1 = 100$ kg , $m_2 = 75$ kg. If motion didn't occur.

Find μ_s (coefficient of static friction).



F.B.D 1 (For m_1)

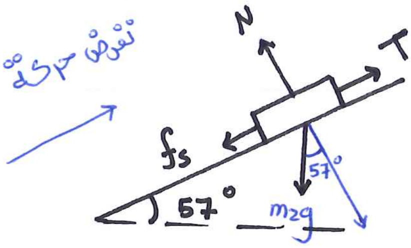


$a = 0$

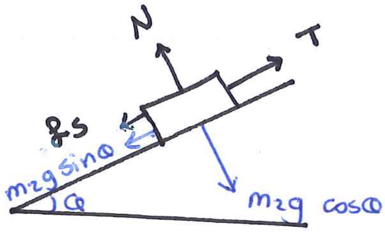
$\Sigma F = ma = 0 \rightarrow T - m_1 g = 0$

$T = (100)(10) = 1000\,N$.

F.B.D 2 (For m_2)



$\rightarrow$



$\Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow N - m_2 g \cos\theta = 0$

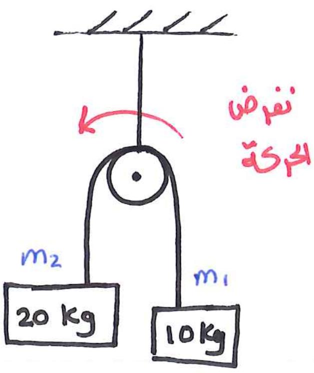
$N = 75(10)\cos 57^\circ = 408.5\,N$

$\Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow T - f_s - m_2 g \sin\theta = 0 \rightarrow 1000 - (75)(10)\sin 57^\circ - f_s = 0$

$f_s = 371\,N$

$f_s = \mu_s N \rightarrow \mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{371}{408.5} = 0.9$

Ex: Find : 1) Acceleration 2) Tension force.

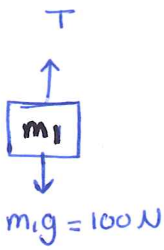


- نفرض اتجاه الحركة

*** F.B.D 1**

$\Sigma F = ma$

$T - 100 = 10a \;..\; ①$

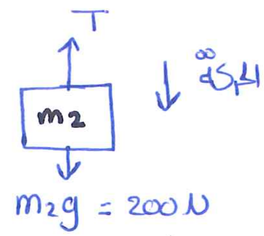


↑ الحركة

*F.B.D 2

$\sum \vec{F} = ma$

$200 - T = 20a \quad .. (2)$



(1) + (2)

$200 - 100 = 30a \rightarrow a = 3.33 \ m/s^2$

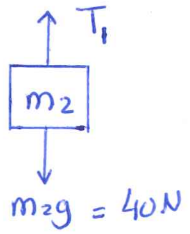
نعوض في (1)

$T - 100 = 10(3.33) \rightarrow T = 133.3 \ N$

Ex: If No motion occurs Find: (1) All tension forces.

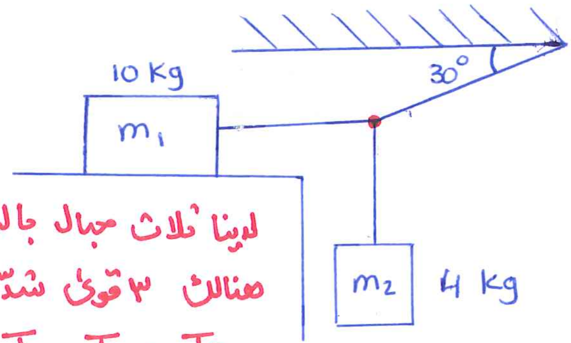
(2) Friction force that affects on (m_1) and (m_2).

F.B.D for m_2



$\sum F_y = 0$

$T_1 = 40N$



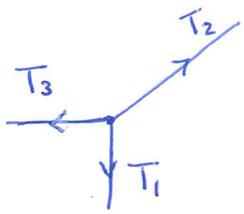
لدينا ثلاث حبال بالتالي
هنالك ٣ قوى شد
T_1, T_2, T_3

" سنعتبر أن النقطة عبارة عن جسم وبما أن النقطة في حالة سكون :- "

$\sum F_y = 0 \quad , \quad \sum F_x = 0$

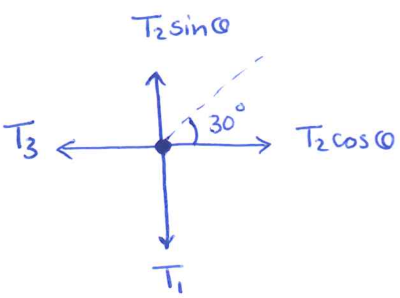
(تذكير اتجاه قوة الشد من الجسم إلى الحبل)

F.B.D



$\sum F_y = 0 \rightarrow T_2 \sin\theta = T_1$

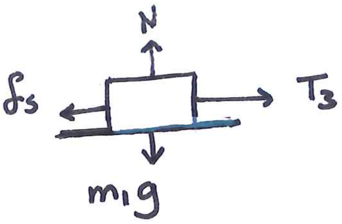
$T_2 = \dfrac{40}{\sin 30°} = 80N$



$\sum F_x = 0 \rightarrow T_2 \cos\theta - T_3 = 0$

$T_3 = 80 \cos 30 = 69.3 N$

F.B.D For m_1



$\sum F_y = 0 \rightarrow N - m_1 g = 0 \rightarrow N = 100\ N$

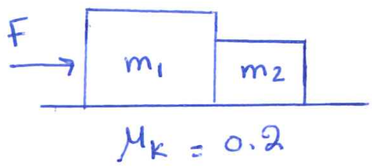
$\sum F_x = 0 \rightarrow T_3 - f_s = 0 \rightarrow f_s = 69.3\ N$

$f_s = \mu_s N \rightarrow \mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{69.3}{100} = 0.69$

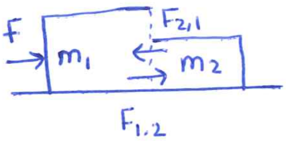
Ex: If $m_1 = 30\,kg$, $m_2 = 10\,kg$, $\mu_k = 0.2$, $F = 100\,N$. Find:

① Acceleration

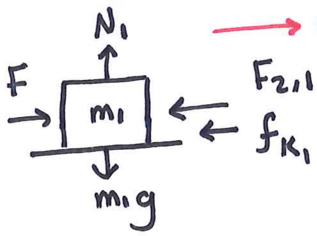
② Internal force.



* في هذا المثال طُلب « Internal forces » أي القوى الداخلية ، نلاحظ في حال أثرت على (m_1) بقوة (F) فإنّ (m_1) سيدفع (m_2) بقوة $(F_{1\rightarrow 2})$ ولأنّ لكل فعل ردّ فعل مساوٍ له في المقدار ومعاكس له في الاتجاه فإنّ (m_2) سيدفع (m_1) بردّ فعل $(F_{2\rightarrow 1})$.



F.B.D for m_1 → motion



* $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N - m_1 g = 0 \rightarrow N = 300\ N$

$f_{k_1} = \mu_k N_1 = 0.2(300) = 60\ N$

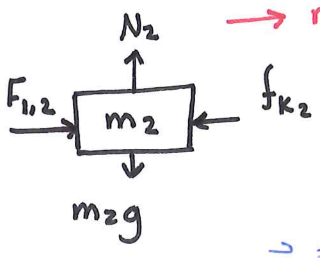
* $\sum \vec{F}_x = ma$

$F - F_{2,1} - f_{k_1} = m_1 a$

$100 - 60 - F_{2,1} = 30a$

$\rightarrow 40 - F_{2,1} = 30a \quad \cdots ①$

F.B.D for m_2 → motion



« لاحظ أنّ $\vec{F}$ ملامسة لـ m_1 فقط »

* $\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N_2 = 100\ N$

$f_{k_2} = 0.2(100) = 20\ N$

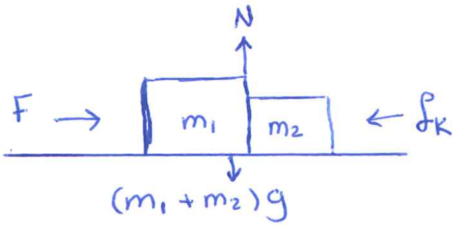
* $\sum \vec{F}_x = m a_x \rightarrow F_{1,2} - f_{k_2} = 10a$

$\rightarrow F_{1,2} - 20 = 10a \quad \cdots ②$

$(① + ②)$: $40 - 20 = 40a \rightarrow a = 0.5\ m/s^2$

بعد التعويض $F_{1,2} = F_{2,1} = 25\ N$

طريقة أخرى للحل :



نعتبرهم جسم واحد كتلته (m_1+m_2)

$\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N - (m_1+m_2)\,g = 0$

$N = 400\ N$

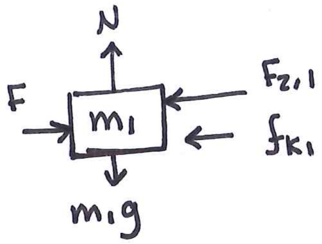
$f_K = 0.2\,(400) = 80\ N$

$\sum \vec{F}_x = (m_1+m_2)a$

$F - f_K = (m_1+m_2)a$

$100 - 80 = (30+10)\,a \rightarrow a = \frac{20}{40} = 0.5\ m/s^2$

- الآن نتعامل مع كل جسم لوحده .



* $N_1 - m_1 g = 0 \rightarrow N_1 = 300\ N$

$f_{K_1} = 0.2\,(300) = 60\ N$

* $\sum \vec{F}_x = Ma$

$F - f_K - F_{2,1} = m_1 a$

$100 - 60 - F_{2,1} = 30\,(0.5)$

$F_{2,1} = 25\,N.$

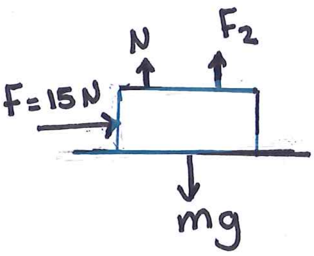
Ex : A Force ($\vec{F} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$) is applied on a body of a mass ($m_1 = 5kg$) Find the magnitude of it's acceleration.

$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$= \frac{1}{5}\langle 3\hat{i} - 2\hat{j} \rangle \rightarrow = \frac{3}{5}\hat{i} - \frac{2}{5}\hat{j}$

$|\vec{a}| = \sqrt{(3/5)^2 + (-2/5)^2} = 0.72\ m/s^2.$

EX: A box with mass $(m = 5\,kg)$ on horizontal surface. A person pulls on it horizontally with a force of 15N and it doesn't move. To start it moving, a second person pulls it vertically, if $(\mu_s = 0.4)$ What's the magnitude of second force required to cause movement?



Should $F_1 \geq \mu_s N$

$15 \geq 0.4\,N$

$N = 37.5\,N$ ← حتى تحصل الحركة *

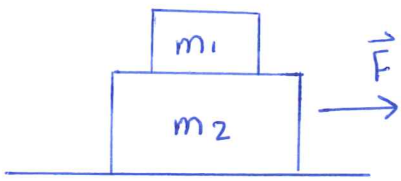
$\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow N + F_2 - mg = 0$

$37.5 + F_2 - 50 = 0$

$F_2 = 12.5\,N$

"يجب على الشخص الآخر أن يؤثر بقوة مقدارها (12.5 N) على الأقل حتى يتحرك الجسم"

EX: If $F = 15N$, $m_1 = 2\,kg$, $m_2 = 5\,kg$, $\mu_s = 0$. Find: The magnitude of the external force on the upper box if the two boxes moved together. نعتبرهم جسم واحد.



* $\sum \vec{F} = ma$

$F = (m_1 + m_2)a$

$15 = 7a \rightarrow a = 2.14\ m/s^2$

* F.B.D (for m_1)

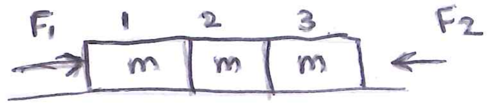
$\boxed{m_1} \rightarrow F_1 = ?$

* $\sum \vec{F}_x = m_1 a$

$F_1 = m_1 a$

$F_1 = 2(2.14) \rightarrow F_1 = 4.28\,N$

Ex Three equal mass blocks, each mass of 2 kg, can move together over an horizontal frictionless surface. Two forces $F_1 = 40\,N$ and $F_2 = 10\,N$ are applied on the three masses system as shown in the figure. Find the net force on the middle mass.



$\rightarrow \sum F = (m_1+m_2+m_3)a$

$F_1 - F_2 = 3ma$

$40 - 10 = 3(2)a$

$a = 5\,m/s^2$

بنتعامل مع مجموع الكتل كجسم واحد

$\rightarrow F_{m2} = m_2 a$

$= 2(5) = 10\,N$

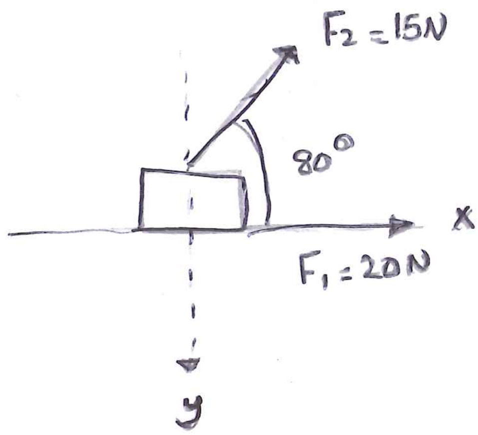
نتعامل مع الكتلة في المنتصف لوحدها

Ex The only two forces acting on a body have magnitudes of 20N and 15N and direction that differ by 80° the resulting acceleration has a magnitude of 20 m/s. Find the mass of the body.

$F_x = F_1 + F_2\cos\theta \rightarrow = 20 + 15\cos 80^\circ = 22.6\,N$

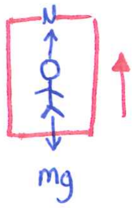
$F_y = F_2\sin\theta \rightarrow = 15\sin 80^\circ = 14.77\,N$

$F_{total} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 27\,N$



* بما أنه لم تحدد الزاوية بين القوتين بالتالي نفرض نحن المحاور ومركز الجسم .

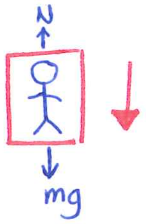
Ex: An elevator is moving upward with $a = 5\ m/s^2$ <u>Find</u>: Normal force "apperant weight" if the person mass ($m = 70$ kg)



$\sum \vec{F_y} = ma \rightarrow N - mg = ma \rightarrow N = 70(5) + 700$

$N = 1050\ N$

Ex: An elevator is moving downward with $a = 5\ m/s^2$
Find normal force "apperant weight", if $m = 70$ Kg.



$mg - N = ma$

$700 - N = (70)(5)$

$N = 350\ N$

* وهذا يفسّر شعورنا بخفة الوزن عند نزولنا بالمصعد بحيث N عند النزول تقل وبالتالي شعورنا يكون بأن الوزن قليل لأننا نشعر ب N و ليس لها ولذلك يسمى ب .. الوزن الظاهري.

Ex An elevator is moving upward while velocity is decreasing by ($a = 5\ m/s$)

Find appearant weight if $m = 70$ kg.

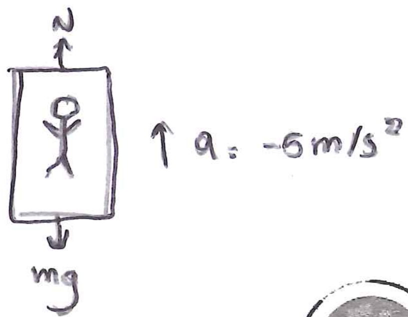
* عندما يصعد أو يهبط المصعد بتباطؤ نحل المسألة بنفس الطريقة لكن نعوّض (a) بقيمة سالبة

$N - mg = ma$

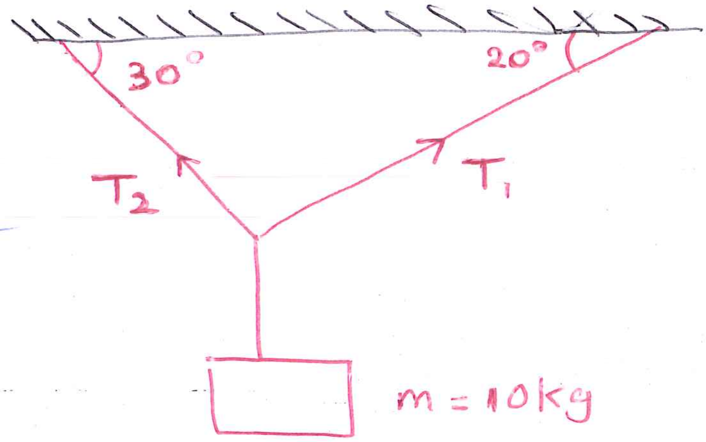
$N = ma + mg$

$= 70(-5) + 70(10)$

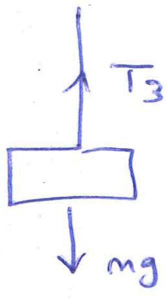
$= 350\ N$



Ex: From figure find T_1 & T_2



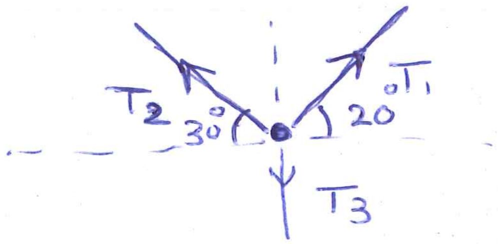
Sol.



$\Sigma F = 0$

$mg - T_3 = 0$

$T_3 = mg = (10)(9.8) = \underline{\underline{98\,N}}$



$\Sigma F_y = 0$

$T_3 - T_1 \sin 20 - T_2 \sin 30 = 0$

$T_3 = T_1 \sin 20 + T_2 \sin 30$

$\boxed{0.342 T_1 + 0.5 T_2 = 98}$ --- 1

$\Sigma F_x = 0$

$T_1 \cos 20 - T_2 \cos 30 = 0$

$\boxed{0.94\, T_1 - 0.866\, T_2 = 0}$ --- 2

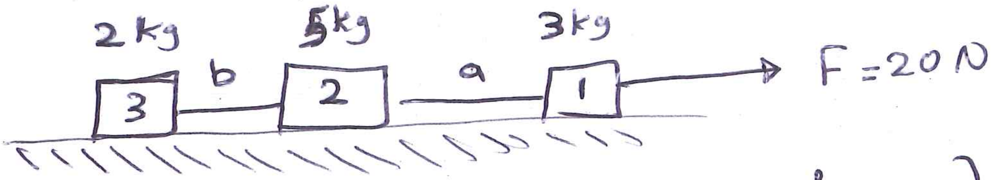
معادلتان بمجهولين

MODE → 5 → 1

$T_1 = 110.76\,N$

$T_2 = 120.23\,N$

Ex.



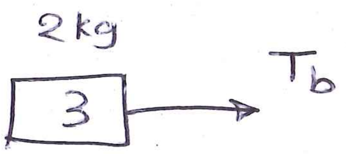
* Find T_a & T_b (All tension forces)

assume No friction. يعتبرهم جسم واحد

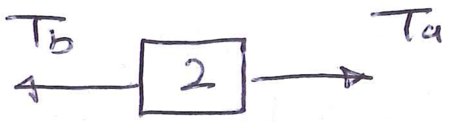
$$\Sigma F = M a$$

$$20 = (3+5+2)\, a$$

$$\boxed{a = 2\ m/s^2}$$



$$T_b = m_3 a$$
$$= 2(2) = \underline{\underline{4\ N}}$$



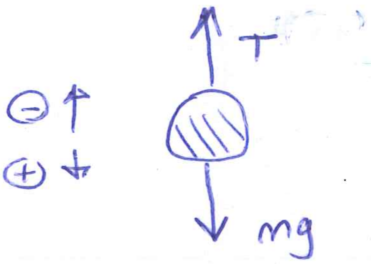
$$T_a - T_b = m_2 a$$

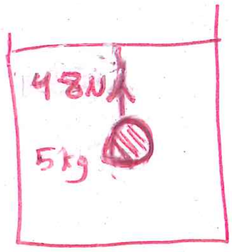
$$T_a - 4 = 5(2)$$

$$\boxed{T_a = 14\ N}$$

Ex. A 5 kg particle is suspended by a string from the ceiling of a elevator.
The tension in the string is (48) N.
Find the acceleration (in m/s^2) of the elevator.

ⓐ 0.2 downward
ⓑ 9.8 upward
ⓒ 2 downward
ⓓ 2 upward
ⓔ 0.2 upward





$mg = 5(9.81)$
$= 49.05\ N$

$mg > T \downarrow$

$\Sigma F = ma$
$mg - T = ma$
$49.05 - 48 = 5a$
$a = 0.2$ downward ⇒ ⓐ

Ex. The only two forces acting on 3.5 kg particle are:
$\vec{F_1} = (3\hat{i} - 5\hat{j})$ & $\vec{F_2} = (-4\hat{i} - 6\hat{j})$
The y-component of acceleration of particle (in m/s^2) is:

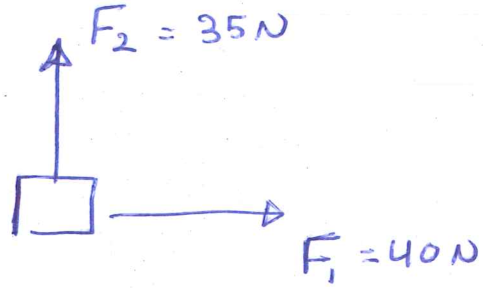
ⓐ -0.29
ⓑ 2.7
ⓒ -11
ⓓ 17
ⓔ -3.1

$\vec{F}_{total} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (-\hat{i} - 11\hat{j})\ N$
$\vec{F_x} = (-1)\ N$, $\vec{F_y} = (-11)\ N$

$\vec{F_y} = m\vec{a_y} \Rightarrow \vec{a_y} = \dfrac{F_y}{m}$

$= \dfrac{-11}{3.5} = -3.1\ m/s^2$ ⓔ

Ex.) a mass of 15 kg is acted on by two forces, force (F_1) is 40N due east. and (F_2) is 35 N due north. find the magnitude of acceleration.



$F_x = m a_x$

$40 = 15 a_x$

$\boxed{a_x = 2.667 \ m/s^2}$

$F_y = m a_y \Rightarrow a_y = \frac{35}{15} = 2.33 \ m/s^2$

$|\vec{a}| = \sqrt{(2.667)^2 + (2.33)^2} = 3.54 \ m/s^2$

Ex. a mass "m" is travelling at an initial speed $V_0 = 20 \ m/s$. It is brought to rest in a distance of 80 m by a force of (15) N. find the mass in kg.

$V_2 = 0$, $V_1 = 20 \ m/s$, $\Delta X = 80 \ m$

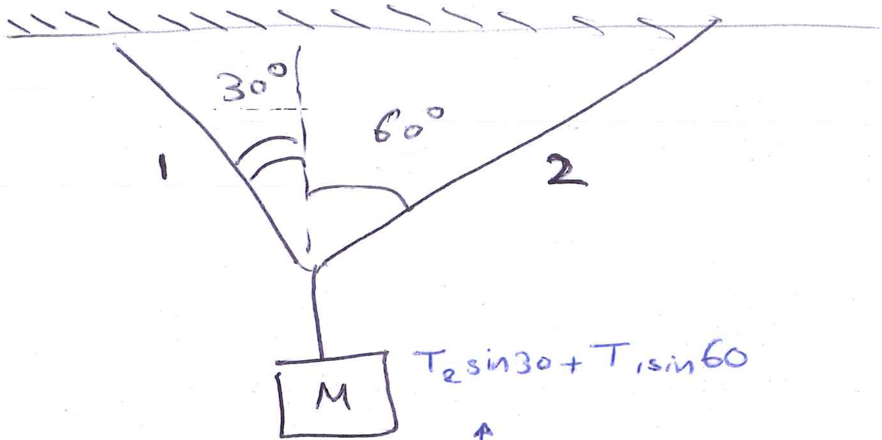
$V_2^2 = V_1^2 + 2 a \Delta X$

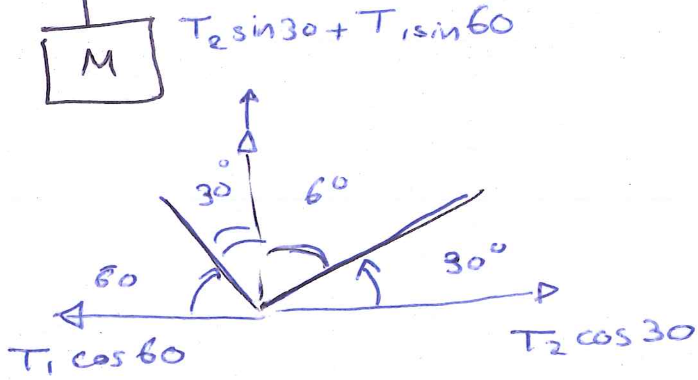
$0 = (20)^2 + 2a(80) \Rightarrow a = -2.5$

$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{m} = \frac{-15}{-2.5}$

$= 6 \ kg$

Ex.) from figure, What's the ratio of the magnitude of vertical component of the tension in T_1 to the tension in T_2





$\Sigma F_x = 0$

$T_2 \cos 30 - T_1 \cos 60 = 0$

$T_2 \cos 30 = T_1 \cos 60$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\cos 30}{\cos 60} = \sqrt{3}$$

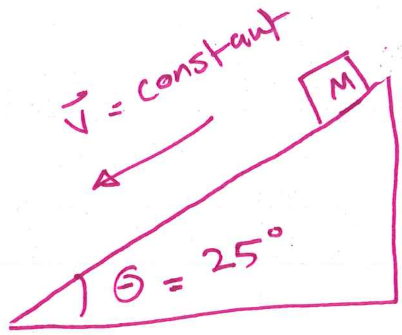
$$\frac{T_{1y}}{T_{2y}} = \frac{T_1 \sin 60}{T_2 \sin 30} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)\left(\frac{\sin 60}{\sin 30}\right)$$

$$= \sqrt{3}\,(\sqrt{3})$$

$$= 3$$

$T_{1y} : T_{2y} \Rightarrow \underline{\underline{3:1}}$

Ex) A block of mass M slides along rough inclined surface with constant velocity as shown in figure ($\theta = 25°$)
Find the coefficient of kinetic friction (μ_k)

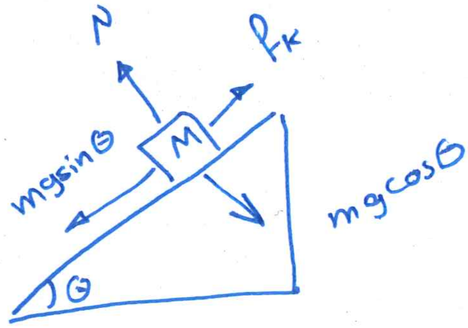


sol.

$\Sigma F_y = 0$

$N = mg\cos\theta$

$\Sigma F_x = 0 \quad (v \Rightarrow \text{constant}, a_x = 0)$



$mg\sin\theta - f_k = 0$

$mg\sin\theta - N\mu_k = 0$

$(N = mg\cos\theta)$

$mg\sin\theta - mg\cos\theta\,\mu_k = 0 \Rightarrow mg\sin\theta = mg\cos\theta\,\mu_k$

$\Rightarrow \mu_k = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \tan 25° \simeq 0.47$

$\boxed{\mu_k = \tan\theta} \Rightarrow$ بقدر أستخدم هذا القانون بشكل مباشر من غير اشتقاق اذا كانت نفس الحالة

* Circular Motion *

- الآن سندرس تطبيق قوانين نيوتن على الحركة الدائرية .

- كما نعلم الجسم الذي يدور يتحرك بتسارعين التسارع الأول هو التسارع المماسي a_t واتجاهه مماس للمسار الدائري و التسارع الثاني هو التسارع المركزي a_r واتجاهه باتجاه مركز الدوران و بالتالي :

" مجموع القوى المماسة لمسار الدوران تساوي التسارع المماسي مضروب بالكتلة ".

$$\Sigma F = ma$$

" مجموع القوى المركزية (باتجاه المركز) تساوي التسارع المركزي a_r مضروب بالكتلة ".

$$\Sigma F_r = m a_r \qquad a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$\Sigma F_r = \frac{mv^2}{r} \qquad a_{tot} = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

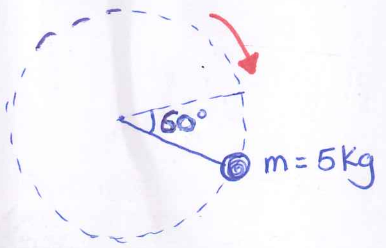
* تذكير: في حالة (Uniform Circular motion) الحركة الدائرية المنتظمة ≡

$$a_t = 0 \qquad v = \frac{2\pi R}{T} \qquad v = \frac{2\pi R N}{t}$$

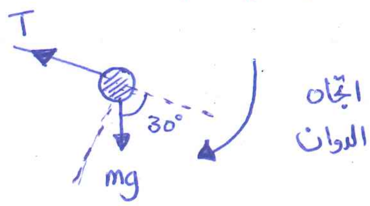
الزمن الكلي :t ، عدد الدوران :N ، الزمن الدوري :T ، نصف قطر الدائرة :R

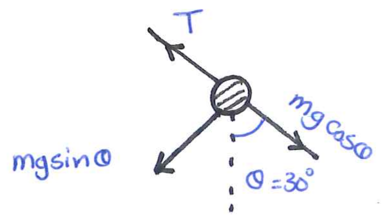
"زمن الدورة الواحدة"

Ex: If m = 5 kg , r = 5 m and velocity at this instant (v = 10 m/s) Find : ① Tension forces ② Total acceleration at this instant.



1- الخطوة الأولى نحدد اتجاه الدوران ونحدد القوى المؤثرة على الجسم واتجاهاتها .





٢- نحلل جميع القوى على محورين :
- المحور باتجاه المركز
- المحور العمودي عليه .

٣- نطبق قانون الحركة

$$\begin{bmatrix} \Sigma F_r = m\dfrac{v^2}{r} \\ \Sigma F_t = m a_t \end{bmatrix}$$

* نعوض القوى التي باتجاه المركز ب ⊕ وعكسها ب ⊖
والقوى التي باتجاه الدوران ⊕ وعكسها ب ⊖ .

• $\Sigma F_r = m\dfrac{v^2}{r} \rightarrow T - mg\cos\theta = \dfrac{mv^2}{r}$

$T - 5(10)\cos 30^\circ = \dfrac{5(10)^2}{5} \rightarrow T = 143.3\ N$

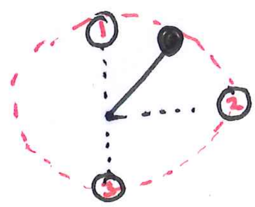
• $\Sigma F_t = m a_t \rightarrow mg\sin\theta = m a_t \rightarrow 5(10)\sin 30 = 5 a_t$

$a_t = 25\ m/s^2.$

* $a_r = \dfrac{v^2}{r} \rightarrow \dfrac{10^2}{5} = 20\ m/s^2$ $\quad a_{tot} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$

$\rightarrow \sqrt{20^2 + 25^2} = 32\ m/s^2$

EX: If $m = 10\ kg$, $r = 2m$; Find : Tension and total acceleration at each position if we suppose that $v = 6\ m/s$ at each position.



position 1

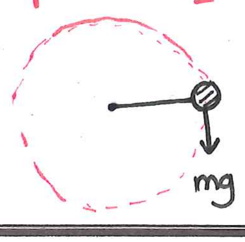
* $\Sigma F_r = m\dfrac{v^2}{r} \rightarrow mg + T = \dfrac{mv^2}{r}$

$T = 10\dfrac{(6)^2}{2} - 10(10) \rightarrow T = 80\ N$

* $\Sigma F_t = 0 \quad a_t = 0 \ , \ a_{tot} = a_r = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{6^2}{2} = 18\ m/s$

---

position 2

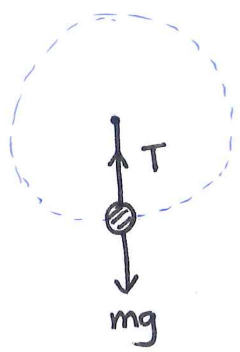


* $\Sigma F_r = \dfrac{mv^2}{r} \rightarrow T = \dfrac{10(6)^2}{2} = 180\ N$

* $\Sigma F_t = m a_t \rightarrow mg = m a_t \rightarrow a_t = 10\ m/s^2$

↳ $a_{tot} = \sqrt{(10)^2 + \left(\dfrac{6^2}{2}\right)^2} = 20.6\ m/s$

position 3



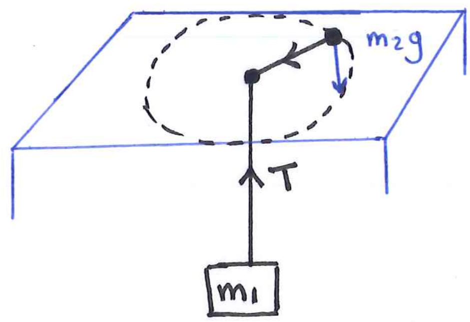
$$\sum F_r = \frac{mv^2}{r} \rightarrow T - mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$T = \frac{10(6)^2}{2} + 10(10)$$

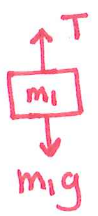
$$T = 280\,N$$

$a_t = 0$ $\quad a_r = 18\,m/s^2$ $\quad a_{tot} = 18\,m/s^2$

EX: $r = 2m$, if $m_1 = 10\,kg$, $m_2 = 2\,kg$; find (v) of (m_2) if (m_1) is static " ساكن ".



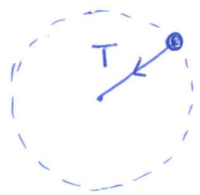
F.B.D for m_1



$$\sum F = 0$$

$$T = m_1 g = 100\,N$$

F.B.D for m_2

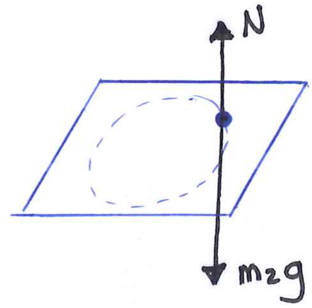


* لو نظرنا على الجسم من فوق

$$\sum F_r = \frac{mv^2}{r}$$

$$T = \frac{mv^2}{r} \rightarrow 100 = \frac{2v^2}{2}$$

$\hookrightarrow v = 10\,m/s$

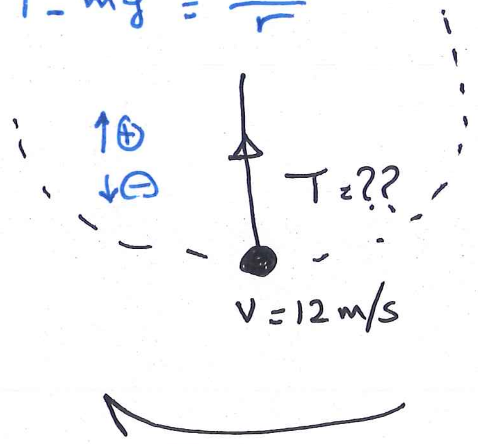


$N = m_2 g$

(الوزن لا يؤثر على الدوران)

Ex.) A 0.5 kg mass attached to the end of a string swings in a vertical circle of raduis 2m.
When the mass is at the lowest point on the circle, the speed of the mass in 12 m/s.
find the magnitude of the Tension force at this moment.

Sol. $\Sigma F_r = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow T - mg = \frac{m^2}{r}$

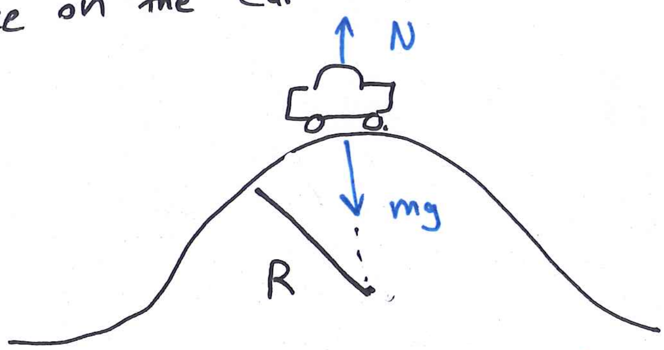


$mg = 0.5(9.8) = 4.9\,N$

$T - 4.9 = \frac{0.5(12)^2}{2}$

$\boxed{T = 40.9\,N}$

Ex.) A 1000 kg car moving with speed of 80 km/h goes up a circular section of a road with raduis R = 200 m, as shown in figure.
Find the Normal force on the Car



$\Sigma F_y = \frac{mv^2}{R}$

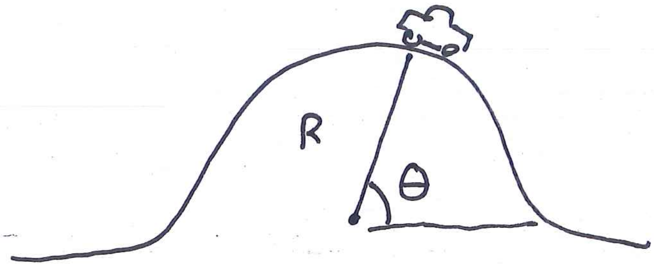
$v = 80\,km/h = \frac{80(1000)}{3600}$

$v = 22.22\,m/s$

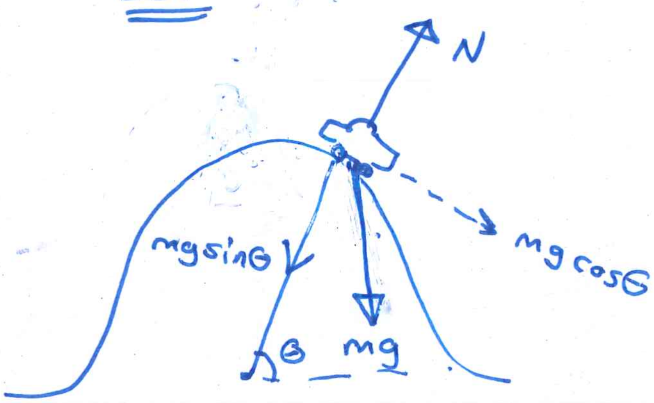
$mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow 1000(9.8) - N = \frac{1000(22.22)^2}{200}$

$N = 7331\,N$

Ex.) In last Example, If $\theta = 60°$, find N



Sol.



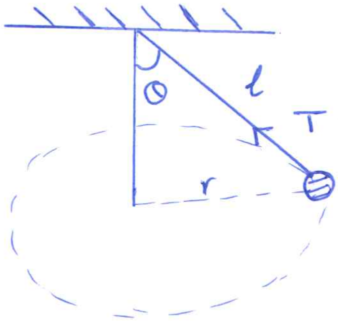
$$\Sigma F_y = \frac{mv^2}{R}$$

$$mg\sin\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$

$$1000\,(9.8)\sin(60) - N = \frac{1000\,(22.22)^2}{200}$$

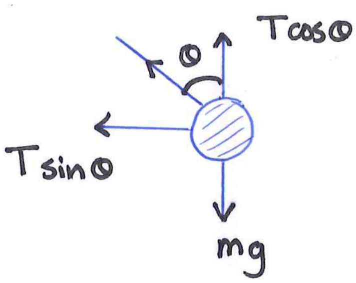
$$N = \underline{\underline{6018}}\ N$$

* هناك ٤ حالات من المسائل لها قوانين مباشرة اعتماداً على قوانين نيوتن .



[1] البندول المخروطي (Conical pendulum).

$$r = l \sin\theta \quad .. \ (1)$$



$$\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow T\cos\theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \quad .. \ (2)$$

$$\sum F_r = \frac{mv^2}{r}$$

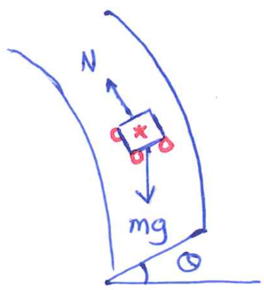
$$T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{rg\tan\theta} \quad ... \ (3)$$

* غير مطلوب اشتقاق القوانين
يكفي حفظ القوانين والتعويض المباشر .

- يندرج تحت الحالة الأولى هذه المسألة :



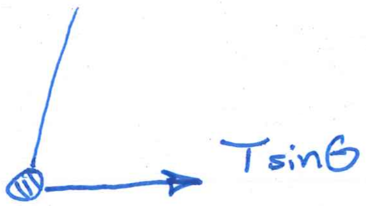
« شارع مائل بزاوية مع المحور الأفقي ».

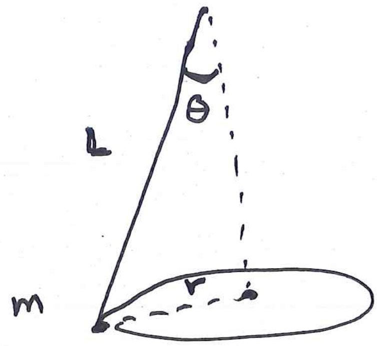
$$v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Ex.) A small ball of mass "m" is suspended from a string of Length "L". The ball revolves with constant speed "v" in horizontal circle as shown in figure. if $\theta = 10°$, find the magnitude of the centripetal acceleration.

Sol.





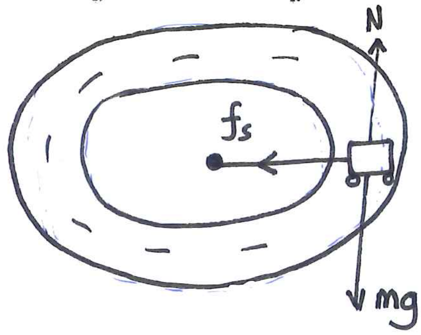
$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$T\sin\theta = m a_r$$

$$\frac{\cancel{m} g \sin\theta}{\cos\theta} = \cancel{m} a_r \Rightarrow a_r = g\tan\theta$$

$$= 9.8 \tan(10)$$

$$= 1.73 \text{ m/s}^2$$



[٢] سيارة تدور على دوار :-

" القوة التي تحافظ على حركة السيارة ضمن مسار دائري أو تجذبها باتجاه المركز هي قوة الاحتكاك السطوي f_s لأنها تمنع الحركة على المحور باتجاه المركز ".

[لذلك في حالة سقوط الأمطار أو الثلوج يصعب دوران السيارة على المنعطفات أو المدارات لأن الاحتكاك يقل وبالتالي يصعب المحافظة على المسار الدائري].

$$v = \sqrt{r g \mu_s}$$

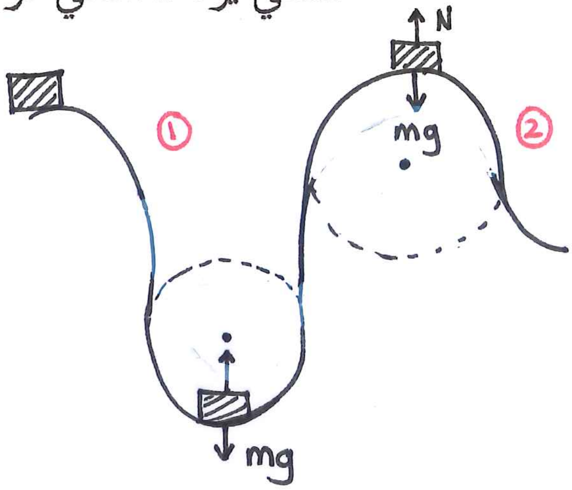
* الاشتقاق : [غير مطلوب]

* $N = mg$

* $f_s = \mu_s N = \mu_s mg$

* $\sum F_r = \frac{mv^2}{r}$

→ $f_s = \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{r g \mu_s}$



١٣] العربة في مدينة الملاهي .

في الحالة الأولى يوجد سرعة دنيا يجب أن يتم تخطي قيمتها حتى يستمر الجسم بالدوران ضمن المسار الدائري

$$V_{min} = \sqrt{rg}$$

"وفي الحالة الثانية يوجد سرعة قصوى لا يجب على الجسم أن يتعداها حتى لا يطير ويبتعد عن المسار الدائري ، ولهما نفس القانون".

$$V_{max} = \sqrt{rg}$$

الاشتقاق ≡

$$N + mg = \frac{mv^2}{r}$$

* عندما يكون الجسم قد فقد حركته على المسار الدائري

$$N = 0$$

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{rg}$$

Ch : 13

Gravitational Force

قانون الجذب العام بين أي جسمين هو أساس قوة الجاذبية الأرضية للأجسام .

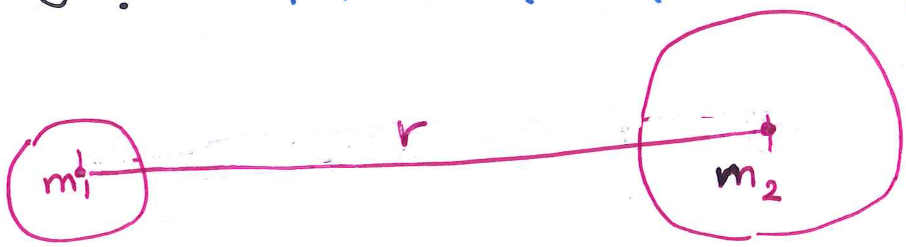
$$\boxed{F_g = \frac{G\, m_1 m_2}{r^2}}$$

m_1 : كتلة الجسم الأول

m_2 : كتلة الجسم الثاني

r : المسافة بين الجسمين

G : ثابت الجذب العام $\left(= 6.67\times10^{-11}\ m^3/kg.s^2\right)$ " $N.m^2/kg^2$ "



Ex. The mass (m_1) of one of the small spheres (0.01) kg and (m_2) of the nearest sphere is (0.05) kg

(1) If the center to center distance is (0.05) m, Find gravitational force (F_g) on each one.

$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2} = \frac{(6.67\times10^{-11})(0.01)(0.05)}{(0.05)^2}$$

$$= \underline{\underline{1.33 * 10^{-11}\ N}}$$

[2] If the two spheres are in space far removed from all other bodies.
What is the magnitude of the accleration of each relative to an internal system.

Sol. $\Sigma F = ma$

$$a_1 = \frac{F_g}{m_1} = \frac{1.33 * 10^{-11}}{0.01} = 1.33 * 10^{-9}\ m/s^2$$

$$a_2 = \frac{F_g}{m_2} = \frac{1.33 \times 10^{-11}}{0.05} = 2.66 * 10^{-10}\ m/s^2$$

Ex. The mass of planet "X" is (3×10^{24}) kg and the acceleration of gravity on its surface is $3.5\ m/s^2$.
Find the raduis of this planet.

Sol. $M = 3 \times 10^{24}$ kg

$a = 3.5\ m/s^2$

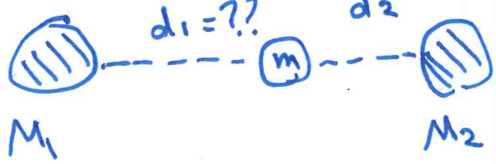
$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{G M \cancel{m} / R^2}{\cancel{m}} \Rightarrow R^2 = \frac{GM}{a}$$

for any mass

$$R = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} * 3 * 10^{24}}{3.5}} = \underline{7.56 * 10^{6}\ m}$$

Ex. Far from any other planet, two mass M_1 & M_2 are seperated by a distance "R" as shown in figure, If $M_1 = 10 M_2$, then, the distance "d" (measured from M_1) where a point-like particle of mass "m" can be placed in between M_1 & M_2 such it experiences zero gravitional force is: [على أي مسافة يكون مجموع القوى على m يساوي صفر]

ⓐ 0.33 R ⓑ 0.5 R ⓒ 0.85 R ⓓ 0.76 R ⓔ 0.15 R



Sol. $\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{G M_1 m}{d_1^2} = \frac{G M_2 m}{d_2^2}$

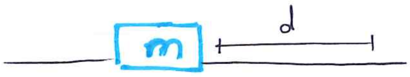
$$\frac{10 M_2}{d_1^2} = \frac{M_2}{d_2} \Rightarrow 10 d_2^2 = d_1^2 \Rightarrow d_1 = \sqrt{10}\, d_2$$

$$d_2 = \frac{1}{\sqrt{10}} d_1 = 0.316 d_1. \qquad R = d_1 + d_2 = d_1 + 0.316 d_1$$

$$R = 1.316 d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{R}{1.316} = \boxed{0.76 R} \Rightarrow \underline{d}$$

* Chapter "6": Work and Energy *   - الشغل والطاقة -

- الشغل (Work): هو كمية الطاقة اللازمة لتحريك الجسم مسافة ما بقوة ما ويقاس بوحدة الجول (J).



* إذا أثرت بقوة على الجسم (m) وتحرك مسافة "d" فأنا قد بذلت شغل على الجسم وأكسبته طاقة حركية

Force ↰   ↱ displacement

$W = F \cdot d = F d \cos\theta$ ↱ between F and d

- الطاقة الحركية (Kinetic energy): هي كمية الطاقة التي يملكها الجسم بسبب حركته وهي تساوي الشغل المبذول على الجسم واللازم لتسريعه وتقاس أيضاً بالجول (J).

$KE = \frac{1}{2} m v^2$

mass ↲ ↳ velocity

$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

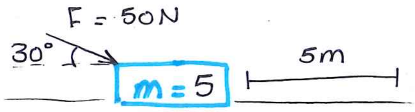
$= \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2).$

* هناك طرق عدة لحساب الشغل "Work" ≡

$\boxed{1}$ $W = F \cdot d = F d \cos\theta$

Ex: A Force wass applied on a body as shown in the figure below, the body moved (5m = d). If the body moved from rest. Find:

1) Work
2) Velocity



$W = F d \cos\theta$

$= 50(5) \cos 30° \rightarrow = 216.5\ J$

* $W = \Delta KE = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$

$216.5 = \frac{1}{2}(m)(v_2^2 - 0^2)$

$v_2 = 9.3\ m/s$

* طريقة حل" أخرى اعتماداً على المادة السابقة *

$\sum F_x = ma$

$50 \cos 30° = 5a \rightarrow a = 8.66 \ m/s^2.$

$V_2^2 = V_1^2 + 2a\Delta x \rightarrow V_2 = \sqrt{2(8.66)(5)}$

$= 9.3 \ m/s.$

EX: A Force $(F = 3\hat{i} - \hat{j})$ was applied on abody that moved by $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, Find: Work.

$W = F.d = (3\hat{i} - \hat{j}).(2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$

$= (3)(2) - (3)(1) + (0)(-2) = 3 \ J$

EX: A Force $(F = 60N)$ was applied on a particle in the negative y-axis as the particle moved from Point $(1,1,2)$ to $(-3,5,7)$. Find: Work done on the Particle.

$F = -60\hat{j}$ (negative y-axis)

← في حال انتقل الجسم من نقطة إلى نقطة" أخرى نوجد المتجه $\vec{r}$.

$\vec{r} = \text{Point}(2) - \text{Point}(1) = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$

$= (-3-1)\hat{i} + (5-1)\hat{j} + (7-2)\hat{k}$

$= -4\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}.$

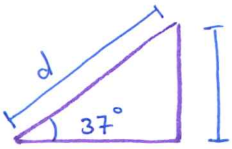
$W = F.d = -60\hat{j}.(-4\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$

$= -60 \ (4)$

$W = -240 \ J$

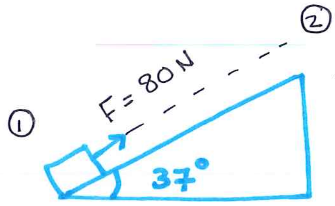
Ex: A body was moved from Point 1 to Point 2. Find:

1) Work due to F
2) work due to weight.
3) work due to friction (loss energy)
4) Total Work
5) Final velocity if the body started from rest.

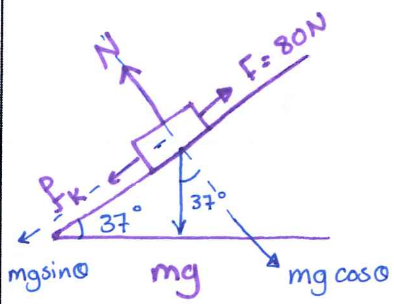


$\sin 37^\circ = \frac{3}{d}$

$d \cong 5\,m$



$m = 10\,Kg$, $\mu_K = 0.2$



$\Sigma F_y = 0$

$N - mg\cos\Theta = 0$

$N = 10\,(10)\cos 37^\circ \rightarrow \cong 80\,N.$

$f_K = N\mu_K = 80\,(0.2) = 16\,N$

[1] work due to F

$W_F = F d \cos\Theta \qquad (\Theta = 0)$

$80\,(5)\cos(0) = 400\,J$

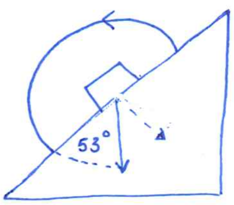
[2] work due to weight.

* نقيس الزاوية من الجزء الموجب
لـ لمحور الإزاحة وباتجاه عكس عقارب الساعة

$W_{mg} = (mg)\, d \cos\Theta$

$= 100\,(5)\cos 233^\circ$

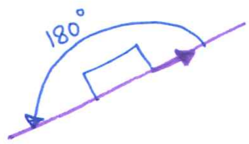
$\cong -301\,N$



$\Theta = 180^\circ + 53^\circ$

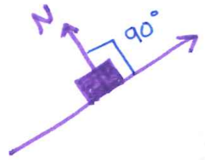
$= 233^\circ$

[3] Work due to Friction. "lost energy"



$$W_{f_K} = f_K \, d \, \cos\theta$$
$$= 16\ (5)\ \cos 180°$$
$$= -80\ J$$

[4] Work due to Normal force.



$$W_N = N \, d \, \cos\underline{\underline{\theta}} = 90°$$
$$= 0 \qquad \hookrightarrow \cos 90° = 0$$

"دائماً القوة العمودية لاتبذل أيّ شغل على الجسم"

W_N = zero ☺

[5] $W_T = W_F + W_{mg} + W_{f_K}$

$$= 400 - 301 - 80 = 19\ J$$

$$W_T = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$19 = \frac{1}{2}(10)\left(v_2^2 - 0\right)$$

$$V_2 = 1.94\ m/s.$$

Ex: The required work for 2000 Kg car moving on a horizantal road to increase it's velocity from $(2\hat{i} + 3\hat{j})$ m/s to $(5\hat{i} + 12\hat{j})$ m/s is ?

$V_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $V_2 = 5\hat{i} + 12\hat{j}$

$|V_1| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = 3.6$ m/s

$|V_2| = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = 13$ m/s

$W = \Delta KE = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) \rightarrow = \frac{1}{2}(2000)(13^2 - 3.6^2)$

$= 156040$ J $= 156$ KJ

Ex: As a 2-Kg object moves from $(3\hat{i} - 4\hat{j})$ m to $(6\hat{i} + 3\hat{j})$ the constant resultant force acting on it is equal to $(8\hat{i} - 3\hat{j})$N If the speed of the object at the initial position is 4 m/s. Find, the Kinetic energy at the final position.

$\hat{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} \rightarrow \hat{r} = (6-3)\hat{i} + (3-(-4))\hat{j}$

$= 3\hat{i} + 7\hat{j}$

$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = (8\hat{i} - 3\hat{j}) \cdot (3\hat{i} + 7\hat{j})$

$= (8)(3) - 3(7) = 3$J $\quad W = \Delta KE$

$W = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) \rightarrow 3 = \frac{1}{2}(2)(V_2^2 - 4^2)$

$V_2 = 4.35$ m/s , $KE = \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{1}{2}(2)(4.35)^2$

$= 19$ J

الطريقة الثانية لإيجاد الشغل (Work).

[2] $W = \int F\,dx$.

Ex: The only force acting on a 2-kg body moving along the x-axis is given by $F_x = (2x)$ N, where x is in meters. if the velocity of the object is 3 m/s at $x = 0$. How fast is it moving at $x = 2$ m?

$$W = \int F\,dx = \int_0^2 2x\,dx \rightarrow = x^2 \Big]_0^2 = 4\,J$$

$$W = \Delta KE = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \rightarrow 4 = \frac{1}{2}(2)(v_f^2 - 9) \quad [v_i = 3]$$

$$v_f = 3.6\ m/s$$

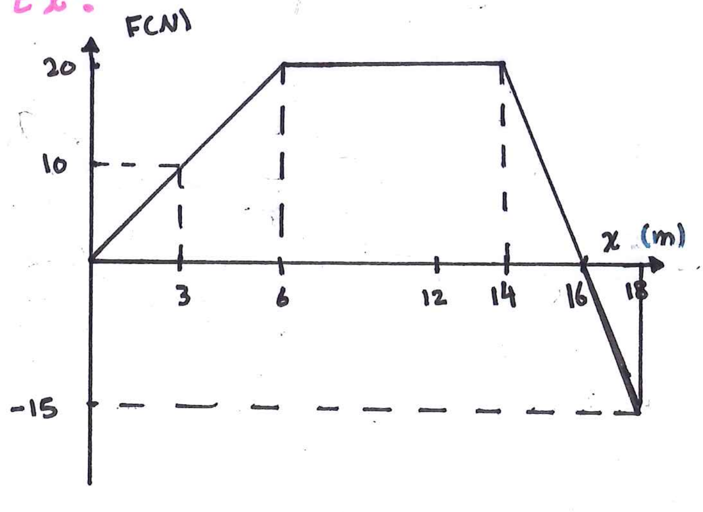
Ex: A force acting on an object moving along the x-axis is given by $F = (14x - 3x^2)$ N. Find the work done by this force as the object moves from $x = -1$ to $x = 2$ m.

$$W = \int_{-1}^{2} F\,dx = \int_{-1}^{2} (14x - 3x^2)\,dx \rightarrow = 7x^2 - x^3 \Big]_{-1}^{2}$$

$$= 12\,J$$

W = Area under the curve ← الطريقة الثالثة لإيجاد الشغل (Work)

Ex:



Find :-

1. $W_{0\rightarrow 6} = \frac{1}{2}(6)(20) = 60\,J$

2. $W_{6\rightarrow 12} = 6(20) = 120\,J$

3. $W_{0\rightarrow 14} = \frac{1}{2}(6)(20) + 8(20) = 220\,J$

4. $W_{16\rightarrow 18} = \frac{1}{2}(-15)2 = -15\,J$

5. $W_{14\to18} = \frac{1}{2}(20)(2) + \frac{1}{2}(-15)(2) = 5J$

6. $W_{Total} = \frac{1}{2}(20)(6) + (8)(20) + \frac{1}{2}(20)(2) + \frac{1}{2}(-15)(2)$

$= 225 J$

7. $W_{0\to3} = \frac{1}{2}(10)(3) = 15 J$

$F = 10 \leftarrow (x=3)$ عند

لأنّ العلاقة خطيّة

8. If the velocity at $x=0 \to (v=3 \text{ m/s})$ as the mass $= 5kg$, find v at $x=14$.

$W_{0\to14} = 220 J \to W_{0\to14} = \frac{1}{2}m(v^2_{@x=14} - v^2_{@v=0})$

$220 = \frac{1}{2}(5)(v_{14}^2 - (3)^2) \to V_{@x=14} = 9.85 \text{ m/s}$

9. Find the final velocity if $(v_i = 3)$, $m = 5kg$, $W_{total} = 225$

$W_{Total} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \to 225 = \frac{1}{2}(5)(v_f^2 - (3)^2)$

$v_f = 9.95 \text{ m/s}$

10. If $V = 10$ m/s at $x = 16$, find v at $x = 18$ $(m = 5kg)$

$W_{16\to18} = -15 J \to W_{16\to18} = \frac{1}{2}m(v_{18}^2 - v_{16}^2)$

$-15 = \frac{1}{2}(5)(v_{18}^2 - (10)^2)$

$V_{18} = 9.7$ m/s

* الطريقة الرابعة =

$\boxed{4}$ $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$

$W = \int F_x\,dx + \int F_y\,dy + \int F_z\,dz$

Ex: $\vec{F} = (8x^3 - 4y^2)\,\hat{i} + (8xz)\,\hat{j} + (2x^2y^2z^2)\,\hat{k}$, Find Work at (1, 1, 2).

$F_x = 8x^3 - 4y^2$ $F_y = 8xz$ $F_z = 2x^2y^2z^2$

$$W = \int F_x\,dx + \int F_y\,dy + \int F_z\,dz \rightarrow = \int (8x^3 - 4y^2)\,dx + \int (8xz)\,dy + \int 2x^2y^2z^2\,dz$$

* عندما أكامل بالنسبة لـ "dx" اعتبر كل المتغيرات ثابتة ماعدا "x".
* عندما أكامل بالنسبة لـ "dy" اعتبر كل المتغيرات ثوابت ماعدا "y".
* عندما أكامل بالنسبة لـ "dz" اعتبر كل المتغيرات ثوابت ماعدا "z".

$$\int 8x^3 - 4y^2\,dx = 2x^4 - 4y^2x$$

$$\int 8xz\,dy = 8xzy$$

$$\int 2x^2y^2z^2\,dz = 2x^2y^2\frac{z^3}{3} \rightarrow = \frac{2}{3}x^2y^2z^3$$

$$W = 2x^4 - 4y^2x + 8xzy + \frac{2}{3}x^2y^2z^3$$

At (1, 1, 2)

$$W = 2(1)^4 - 4(1)^2(1) + 8(1)(2)(1) + \frac{2}{3}(1)^2(1)^2(2)^3$$
$$= 19.33\ J$$

Equal amounts of work are performed on two bodies, A and B initially at rest and their masses are (M) and (2M) respectively. The relation between their speeds immediately after the work has been done on them is?

A. $V_B = \sqrt{2}\,V_A$ B. $V_A = 2V_B$
C. $V_A = V_B$ D. $V_A = \sqrt{2}\,V_B$

$W_A = W_B$ (الشغل متساوي على الجسمين)

$$\frac{1}{2}M_A(V_A^2 - V_i^2) = \frac{1}{2}M_B(V_B^2 - V_i^2) \qquad V_i = 0$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}\,\cancel{M}\,V_A^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}\,2\cancel{M}\,V_B^2$$

$$V_A^2 = 2V_B^2 \rightarrow V_A = \sqrt{2}\,V_B$$

which is answer D

Ex: A work (W_1) was applied on a body from rest and after applying work, the velocity of the body increased to (V_1). The work required to increase the velocity of the body from rest to $2V_1$ is?

A. $2W_1$ B. $4W_1$

C. $\sqrt{2}W_1$ D. W_1

$$W_1 = \frac{1}{2}m(V_1^2 - V_0^2) = \frac{1}{2}mV_1^2 \qquad (V_0 = 0) \text{ from Rest}$$

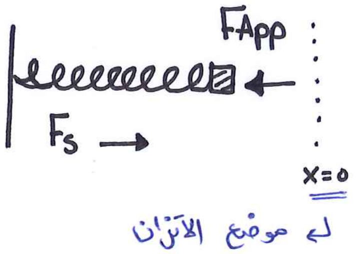
$$W_2 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_0^2) = \frac{1}{2}m(2V_1)^2 = 4\underbrace{\left(\frac{1}{2}mV_1^2\right)}_{= W_1}$$

$$W_2 = 4W_1 = 2mV_1^2$$

The answer is (B).

[5] **Work due to spring** (الشغل الناتج عن النابض)

* عند شدّ النابض بقوة خارجية فإنّ النابض يؤثر بالاتجاه المعاكس.
← دائماً اتجاه النابض باتجاه موضع الاتزان.



* عند ضغط النابض فإنّ قوة النابض تؤثر باتجاه موضع الاتزان أي عكس اتجاه القوة الخارجية FApp.

$$F_{App} = K\Delta x \quad , \quad F_s = -K\Delta x$$

" الإشارة لأنهم دائماً عكس الاتجاه "

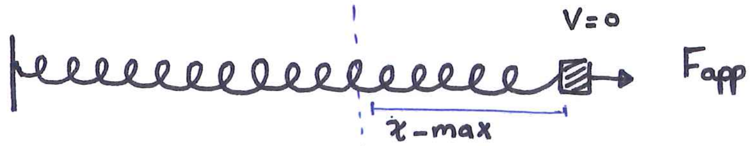
Δx = مقدار الشدّ أو الانضغاط

K = ثابت النابض
← (دائماً موجب)

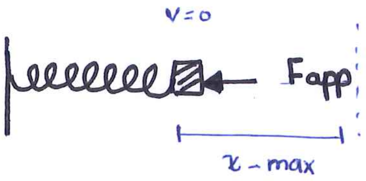
$$W_{Fapp} = \frac{1}{2}K(x_f^2 - x_i^2)$$

$$W_{Fs} = \frac{1}{2}K(x_i^2 - x_f^2) = -W_{app}$$

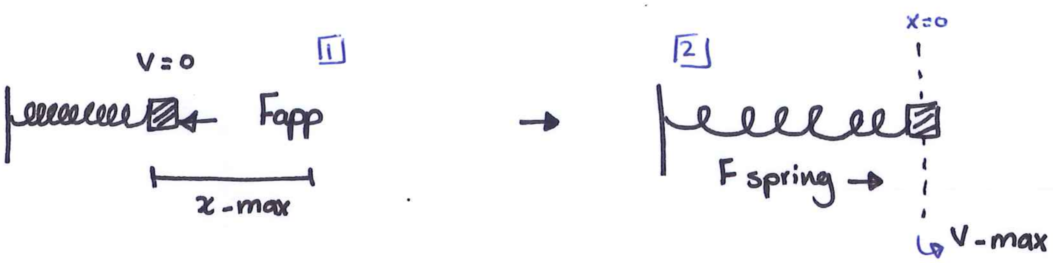
" الإشارة لأنهم عكس الاتجاه. "



← عند شدّ النابض لأقصى حدّ تكون السرعة تساوي صفر للجسم المربوط بالنابض.

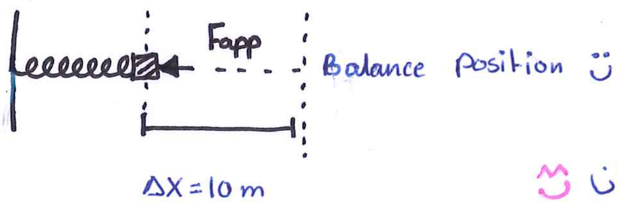


← عند ضغط النابض لأقصى حدّ تكون السرعة أيضًا تساوي صفر للجسم المربوط بالنابض.



← عند ضغط النابض لأقصى حدّ وتركه فإنّ النابض سيؤثر بقوة على الجسم (F_s) بالاتجاه المعاكس وتكسبه تسارعًا فيتحرك الجسم بسرعة يكون أقصى حدّ لها عند موضع الاتزان.

1. An applied force compressed a spring to the max-displacement when the applied force is removed, find the final maximum velocity $K = 1000\ N/m$, $\mu_K = 0.2$, $m = 60\ kg$.

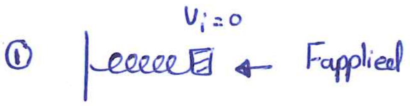


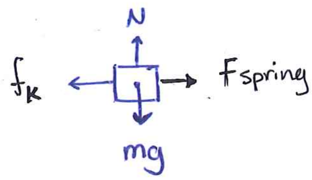
* فكرة السؤال ← تمّ ضغط النابض لأقصى حدّ

فإذا أزيلت القوة الخارجية سيندفع الجسم

والمطلوب السرعة القصوى ← ستكون عند موضع الاتزان

F.B.D





← لأنّ الجسم لا يتحرك على محور (y) $\quad \sum F_y = 0$

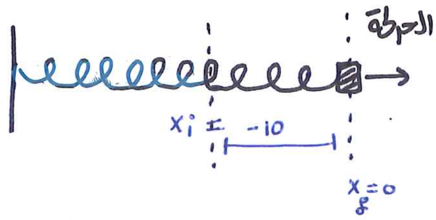
$N - mg = 0 \rightarrow N = mg = 600\ N$

$\rightarrow f_K = \mu_K N = 0.2\ (600) = 120\ N$

(Work due to friction) $\quad W_{f_K} = F * d * \cos\theta \quad 180°$

$= 120\ (10)\ (-1) = -1200\ J$

(دائمًا الزاوية بين الإزاحة والاحتكاك $= 180°$ لأنّ الاحتكاك بعكس اتجاه الحركة)



$x_i = -10\ m$

$x_f = 0\ m$

$$W_s = \frac{1}{2} k (x_i^2 - x_f^2)$$

$$= \frac{1}{2}(1000)((-10)^2 - 0^2)$$

$$= 50\,000\ J$$

(دائماً موضع الاتزان عند $x = 0$).

$$W_{total} = W_{f_k} + W_s$$

$$= -1200 + 50\,000 = 48800\ J$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \rightarrow 48800 = \frac{1}{2}(6)(v_f^2 - 0) \qquad v_i = 0$$

$$v_f = 40.33\ m/s$$

Ex: An applied force of 10 N compresses a spring with a 20 N/m spring constant. Find the work done by this force.

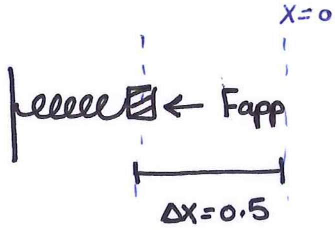
$$F = k\Delta x \rightarrow 10 = 20\,\Delta x \rightarrow \Delta x = 0.5\ m$$

$$x_f - x_i = 0.5 \rightarrow x_i = 0 \ , \ x_f = 0.5$$

$$W_{F_{app}} = \frac{1}{2} k (x_f^2 - x_i^2)$$

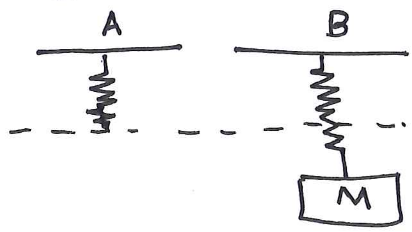
$$= \frac{1}{2}(20)(0.5^2)$$

$$= 2.5\ J$$

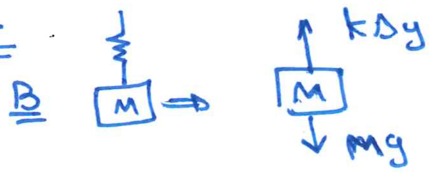


* (دائماً نفرض أنه مُضغط من موضع الاتزان)

Ex. In A, the spring as shown in figure has a length of 20 cm. When the mass M = 300 g is attached to it and becomes at rest, the length of the spring becomes 22 cm. Find spring constant "k".



Sol.



$$\Sigma F_y = 0$$

$$Mg = k\Delta y \Rightarrow 0.3(9.8) = k(0.02) \Rightarrow k = \underline{147}\ N/m$$

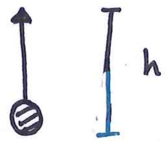
Ex:

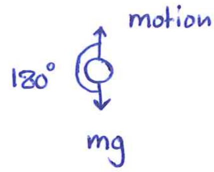
- When a ball rises to a height (h) and returns to it's original point of projection , the work done by gravitational force ?

A. 2mgh B. - mgh C. mgh

D. -2mgh E. zero.

* جسم قذف بشكل رأسي لأعلى وعاد إلى نفس نقطة الانطلاق و المطلوب الشغل الكلي الناتج عن قوة الجاذبية (الوزن).



① 

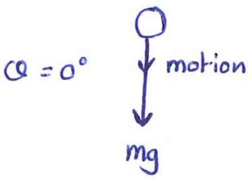
W_1 أثناء الصعود

$W_1 = (mg) \cdot d \cos\theta \rightarrow = 180°$

$= -mg\,h$

② W_2 أثناء الهبوط

$W_2 = mg\,h \cos\theta = mg\,h \cos 0° = mgh$



$W_{total} = W_1 + W_2 \rightarrow = -mgh + mgh = \text{zero}$

The answer is (E).

* Power ≡ القدرة ⋓

القدرة : هي معدل بذل الشغل الزمني وتساوي كمية الطاقة خلال وحدة الزمن وتقاس بـ "الواط".

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \dots \text{①}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d\,Fx}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = F\,v\,\cos\theta$$

" فقط في حال كانت السرعة ثابتة "

(القدرة اللحظية) $P_{ins} = \dfrac{dW}{dt}$

(القدرة المتوسطة) $P_{avg} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$ $\qquad W = \int P\,dt$

$$W \xrightarrow{\text{اشتقاق}} P \qquad P \xrightarrow{\text{تكامل}} W$$

Ex: If the work is given by $W = 5t^2 - 2t + 5$. Find :-

1. Power at $t = 5$.
2. Average power from $t = 0 \rightarrow t = 7$.

$$P = \frac{dW}{dt} = 10t - 2 \quad \rightarrow \quad P_{@t=5} = 10(5) - 2 = 48 \text{ watt}$$

$$P_{0\rightarrow 7} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$W_{@0} = 5(0)^2 - 2(0) + 5 = 5 \text{ J}$$

$$W_{@7} = 5(7)^2 - 2(7) + 5 = 236 \text{ J}$$

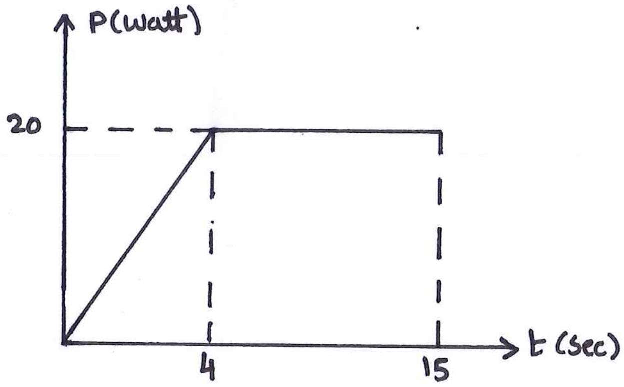
$$P_{0\rightarrow 7} = \frac{W_7 - W_0}{\Delta t} = \frac{236 - 5}{7} = 33 \text{ watt}$$

Ex: If the power is given by : $P = 6t^2 - 5t + 11$
Find : work from $t=0$ to $t=4$ sec.

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P\,dt = \int_0^4 6t^2 - 5t + 11\,dt$$

$$= 132\ J$$

Ex: From the figure, if ($V_i = 5$) at $t=0$, find velocity at $t=15$ if $m = 5$ kg.



$W = \int P\,dt$ = Area under the curve.

$$W_{0\to 15} = \frac{1}{2}(4)(20) + 11(20) = 260\ J$$

مساحة $\square$ + مساحة Δ

$$W = \Delta KE = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)$$

$* V_i = 5$ m/s

$$260 = \frac{1}{2}(5)(V_f^2 - 25)$$

$* V_f = 11.35$ m/s

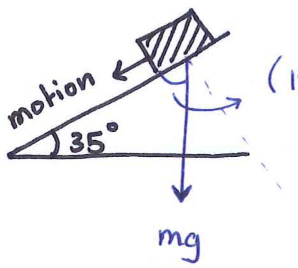
Ex: A constant resultant force of $(2\hat{i} + 5\hat{j})$ N affects on an object and causes it to move with constant velocity of $(8\hat{j})$.
Find . the Power?

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = (2\hat{i} + 5\hat{j}) \cdot (8\hat{j})$$

$$8(5) = 40\ J$$

Ex: A 5 Kg block slides down a plane (inclined at 35° with the horizontal) at a constant speed of 5 m/s.
The power (in watt) which gravitational force does on the block is?

* اتجاه السرعة دائماً بنفس اتجاه الحركة *

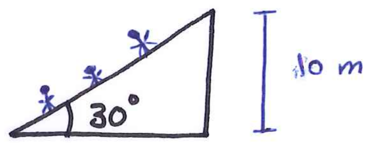


$(180° - 90° - 35°)$
$= 55°$

$P = \vec{F}.\vec{V} = F.V \cos\theta$
$= mg\, V \cos\theta$
$= 5\,(10)(5) \cos 35°$
$= 143.4$ Watt.

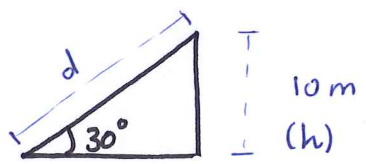
Ex: An escalator is used to move 10 People (70 kg for each) per one minute, from the first floor of a store to the second floor (10m above). Find the required power?

* سلم كهربائي يحرك ١٠ أشخاص وزن كل منهم (٧٠ كغ) كل دقيقة.



* دائماً نفرض أنّ السرعة ثابتة في مسائل القدرة، أيّ أنّ التسارع صفر والجسم في حالة اتزان.

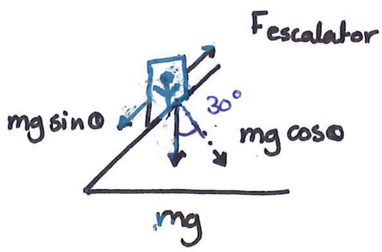
$\sin\theta = \frac{h}{d} \rightarrow d = \frac{10}{\sin 30°} = 20\, m$



$V = \frac{d}{t} = \frac{20}{60\, sec} = 0.333\, m/s$ constant

(1 minute = 60 sec)

$\Sigma F_x = 0$ « لأنّ السرعة ثابتة والتسارع يساوي صفر ».



$F_{escalator} - mg \sin\theta = 0$

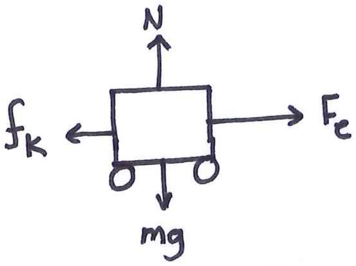
$F_{escalator} = 70 * 10 * 10 \sin 30°$
$= 3500\, N$

[m = 70 (10) = 7000 kg]
(*10 أشخاص
لكل شخص 70 كغ)

$W = F . V$
$= 3500\,(0.333) = 1166.66$ watt

EX: A car is moving with constant speed at $V = 10\ m/s$ it's mass $(m = 1000\ kg)$, $\mu_k = 0.2$. Find:

Power of: 1. engine force. (قوّة المحرّك) 2. friction force



$\Sigma F_y = 0$

$\rightarrow N - mg = 0 \quad \rightarrow N = 10000\ N$

$f_k = 0.2(10000)$

$= 2000\ N$

$\Sigma F_x = 0$

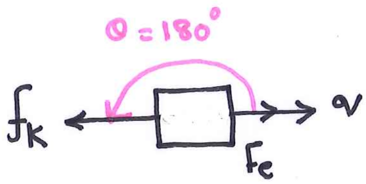
$F_{engine} - f_k = 0 \quad \rightarrow F_e = 2000\ N$

* $P_{engine} = \vec{F_e} \cdot \vec{V}$ $\quad \theta = 0^\circ$

$= F_e V \cos\theta$

$= 20000$ watt

$= 20\ KW$



* $P_{friction} = f_k V \cos\theta$

$= 2000(10)\cos 180^\circ$

$= -20\ KW$

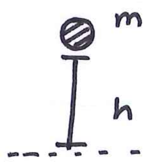
* Ch "7" :) Potential Energy and Energy Conservation *

- طاقة الوضع $[U]$ ≡ Potential energy

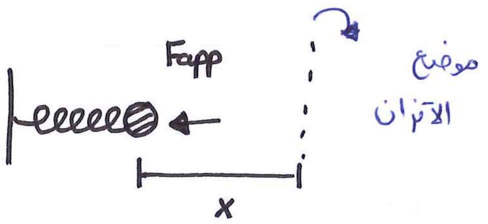
هي طاقة كامنة "مختزنة" يكتسبها الجسم بسبب وقوعه تحت تأثير الجاذبية الأرضية أو تحت تأثير قوة شدّ أو ضغط مرنه .

$$U = \underbrace{mgh}_{\text{طاقة وضع الجاذبية}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} k x^2}_{\text{طاقة وضع مرنه}}$$

* مثال توضيحي : جسم كتلته (m) يقع على ارتفاع (h) من الأرض فإنّه يختزن طاقة وضع مقدارها (mgh) ، أيّ أنّنا إذا تركناه سوف يتحرك بسبب الطاقة التي يختزنها .



* جسم مضغوط ومربوط بنابض "زنبرك" فإنّه يختزن طاقة مقدارها $(\frac{1}{2} k x^2)$.
وإذا تركناه سوف ينطلق بسبب طاقته التي كان يختزنها



- الطاقة الميكانيكية $[E]$: هي مجموع طاقة الوضع والطاقة الحركية .

$$E = K + U$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k x^2$$

* قانون حفظ الطاقة ≡ الطاقة لا تفنى ولا تستحدث ولكن تتحوّل من شكل إلى آخر . *

* في النظام المحافظ ← الخالي من أيّ قوى احتكاك
أو أيّ قوى خارجية باستثناء قوة الجاذبية وقوة الزنبرك.
تكون الطاقة الميكانيكية ثابتة.

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2} k x_2^2$$

* في حال وجود احتكاك (خسارة في الطاقة)

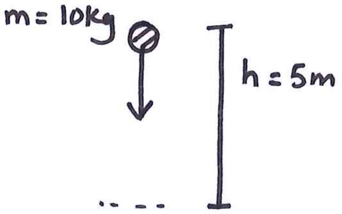
$$E_1 + W_f = E_2$$

$$W_f = f_k \, d \cos\theta = -f_k \, d$$

$$E_1 - f_k d = E_2 \qquad \rightarrow f_k = N \mu_k$$

* الخسارة بالطاقة بسبب الاحتكاك تكون على شكل حرارة (طاقة حراريّة)

Ex: If a body fall from rest. Find (v_2) before reaching ground.



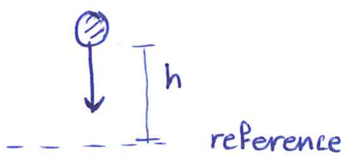
$$E_1 = E_2$$ « لا وجود للاحتكاك »

$$E_1 = mgh_1 + \underbrace{\frac{1}{2} m v_1^2}_{=0} + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{=0}$$

$=0$ ($v_1 = 0$ from Rest)

$\frac{1}{2} k x^2 = 0$ لا وجود لأيّ نابض

* في البداية أحدّد مرجع ① Reference
احسب منه الـ h :
أفضل + أسهل طريقة أحدّده على امتداد الأرض
" Final Point "



$$E_2 = \underbrace{mgh_2}_{} + \frac{1}{2} m v_2^2 + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{}$$

mgh_2 تساوي صفر ← $h_2 = 0$

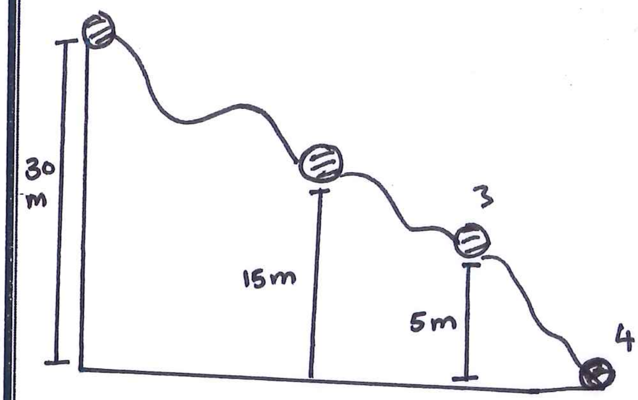
$\frac{1}{2} k x^2$ تساوي صفر لا وجود لأيّ نابض

$$E_1 = E_2 \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(5)}$$

$$v_2 = 10 \text{ m/s}$$

* اذا قمنا بحلّ السؤال باستخدام قوانين الحركة أو عن طريق الشغل فسنحصل على الإجابة نفسها ☺

EX: If $m = 5kg$, $V_1 = 10\ m/s$. Find : velocity at 2, 3, 4
[Friction-less]



$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V_1^2 + \cancel{m}gh_1 + \cancel{\frac{1}{2}kx_1^2} = \frac{1}{2}\cancel{m}V_2^2 + \cancel{m}gh_2 + \cancel{\frac{1}{2}kx_2^2}$$

[لا يوجد زنبرك]

$$\frac{1}{2}(10)^2 + 10(30) = \frac{1}{2}V_2^2 + 10(15)$$

$$V_2 = 20\ m/s$$

$$E_1 = E_3$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 + \cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}V_3^2 + \cancel{m}gh_3$$

$$\frac{1}{2}(10)^2 + 10(30) = \frac{1}{2}V_3^2 + (10)(5)$$

$$V_3 = 24.5\ m/s$$

$E_2 = E_3$ * من الممكن استخدام
$E_2 = E_4$ وستكون الإجابات
$E_3 = 4$ نفسها ☺ *

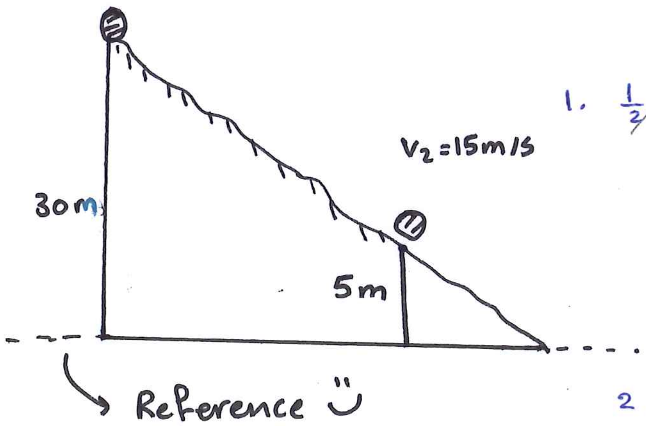
$$E_1 = E_4$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V_1^2 + \cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}V_4^2 + \underline{mgh_4} \quad h_4 = 0$$

$$\frac{1}{2}(10)^2 + 10(30) = \frac{1}{2}V_4^2$$

$$V_4 = 26.45\ m/s$$

EX: If the body started from rest and moved as shown : Find.
1. lost energy
2. Friction Force , if the body moved a distance of (25 m) and m = 5 kg from ① to ②.



$$E_1 + W_f = E_2$$

1. $\cancel{\frac{1}{2}mv_1^2} + mgh_1 + W_f = \frac{1}{2}mV_2^2 + mgh_2$

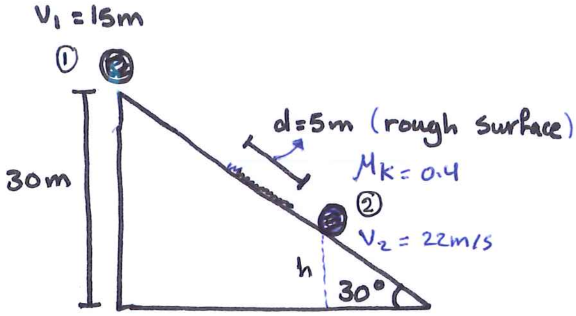
($V_1 = 0$ from rest)

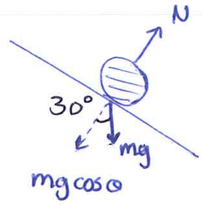
$$(5)(10)(30) + W_f = \frac{1}{2}(5)(15)^2 + 5(10)(5)$$

$$W_f = -687.5\ J$$

2. $W_f = -f_K\ d \rightarrow f_K = \frac{687.5}{25} = 27.5\ N$

EX: As shown in the figure. If $m = 10\,kg$. Find h?





$\Sigma F_y = 0$

$N - mg\cos\theta = 0$

$N = mg\cos 30 \quad = 10(10)\cos 30$

$N = 86.6\ N$

$f_k = \mu_k N$

$= 0.4\ (86.6) \quad \rightarrow \quad f_k = 35.64\ N$

$W_f = f_k d \cos 180°$ (دائماً الشغل الناتج من الاحتكاك سالب)

$= -f_k d$

$= -34.64\ (5) \quad = -173.2\ J$

$E_1 + W_f = E_2$

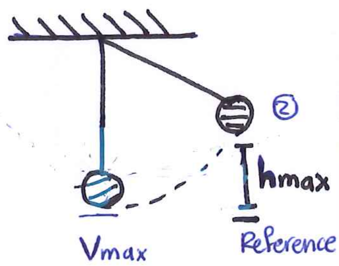
$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 - f_k d = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$

$\frac{1}{2}(10)(15)^2 + (10)(10)(30) - 173.2 = \frac{1}{2}(10)(22)^2 + (10)(10)h_2$

$h_2 = 15.3\ m$

EX: A Pendelum has a maximum speed $2.5\ m/s$, Find the maximum height.

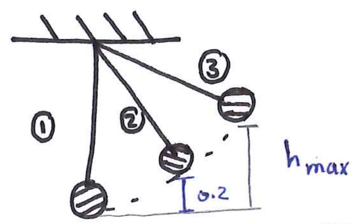
ملاحظة: "دائماً V_{max} تكون عند أخفض نقطة للبندول، عند h_{max} تكون السرعة صفر."



$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_{max}^2 = \cancel{m}g\,h_{max}$

$h = \frac{v_{max}^2}{2g} = \frac{(2.5)^2}{2(10)} = 0.3125\,m$

EX: If $h_{max} = 0.5\ m$. Find V at point $\underline{\underline{2}}$

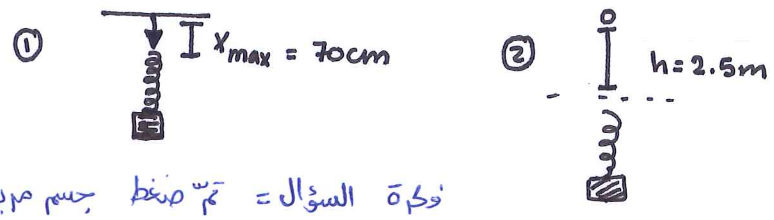


$E_3 = E_2$

$\cancel{m}g h_{max} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2 + \cancel{m}gh_2$

$V_2 = 2.45\ m/s$

EX: If a body attached with spring and compressed to maximum compression of 70 cm, and then moved vertically to maximum height of 2.5 m from balance position. Find spring constant (k) if m = 5 Kg.

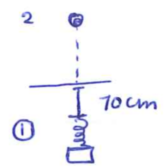


فكرة السؤال = تمّ ضغط جسم مربوط بزنبرك إلى أقصى حدّ ثم انطلق بشكل عمودي إلى أقصى ارتفاع.

$$E_1 = E_2$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}mv_1^2} + \tfrac{1}{2}kx_1^2 + mgh_1 = \cancel{\tfrac{1}{2}mv_2^2} + mgh_2$$

* نحدّد موضع الاتزان كمرجع



$V_1 = 0 \rightarrow$ دائماً عند أقصى مقدار للانضغاط *

$V_2 = 0 \rightarrow$ دائماً عند أقصى ارتفاع *

$$\tfrac{1}{2}k(0.7)^2 + 5(10)(-0.7) = 5(10)\,2.5$$

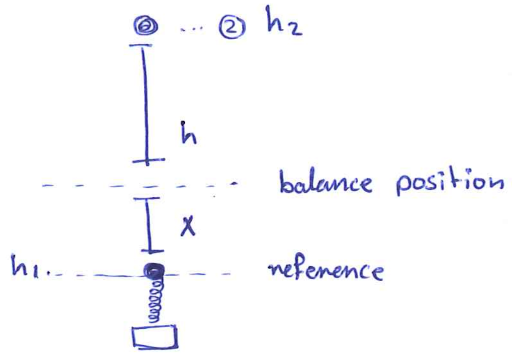
$$K = 653 \quad N/m$$

* ملاحظة: ① $h_1 = -0.7m$ لأنها أسفل المرجع الذي اخترناه

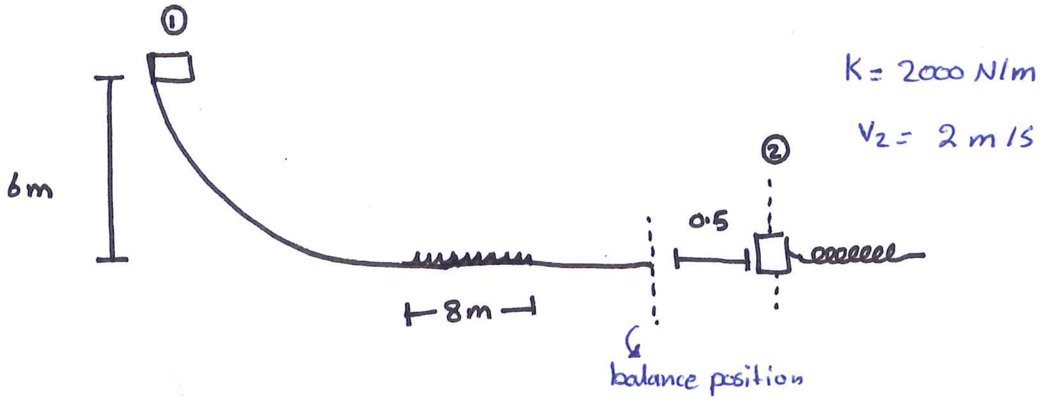
* هناك طريقة أخرى .. أن نحدّد الخط على امتداد نقطة البداية كمرجع وستكون في هذه الحالة $h_1 = 0$

$$h_2 = 2.5 + 0.7 = 3.2m$$

وستكون الإجابة نفسها



Ex: As shown in figure, Find coefficient of friction μ_k if $m = 10\,Kg$ and the body started from rest.

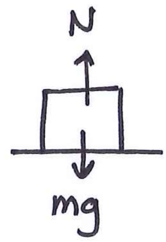


$$E_1 + W_f = E_2$$

$$mgh_1 + W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$10(10)(6) + W_f = \frac{1}{2}(10)(2)^2 + \frac{1}{2}(2000)(0.5)^2$$

$$W_f = -330\,J$$



$$\Sigma F_y = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$N = 100\,N$$

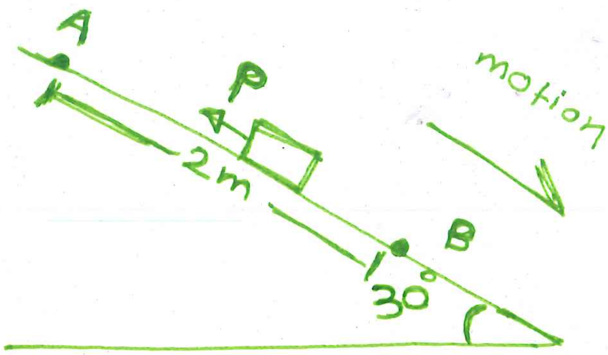
$$W_f = -f_k d \rightarrow f_k = \frac{330}{8} = 41.25\,N$$

$$f_k = \mu_k N \rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{N}$$

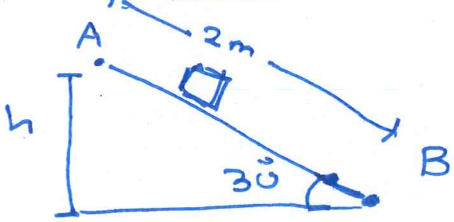
$$= \frac{41.25}{100}$$

$$\mu_k = 0.4$$

Ex.) A 2 kg block slides down a frictionless incline from point (A) to (B) as shown in figure.
A force (P=3N) acts on the block between A & B.
A & B are "2m" apart.
If Kinetic Energy of Block at "A" is 10 J
Find kinetic Energy of Block at "B".



Sol.



$h = 2\sin 30 = 1\,m$

$E_1 = E_2$

الشغل الناتج عن "P" $\leftarrow$ $W_P + mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2$

هنا الشغل الناتج عن "P" يعمل عمل الاحتكاك
حيث أنه يسبب خسارة للطاقة لأنه عكس اتجاه الحركة
[إذا كان نفس الاتجاه نفس الحل لكن نعكس اشارته}

$(-3)\,2 + 2(9.81)(1) + 10 = KE_2$

$$\boxed{KE_2 = 23.6\,J}$$

* اذا كانت (U) على شكل معادلة (x,y,z) وطُلب حساب ال Force

$$U = (x, y, z)$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

EX: $U = 8x^2yz^2 - 12xz$, Find: 1. Force at (1,1,2)
2. magnitude of force at (1,1,2)

$$F_x = \frac{-\partial U}{\partial x}$$

$$= -(18xyz^2 - 12z)$$

* بنشتق المعادلة بالنسبة لل x ، بحيث اعتبر جميع المتغيرات الأخرى ثوابت ماعدا ال x متغير وهكذا ☺

$$F_y = \frac{-\partial U}{\partial y} = -8x^2z^2$$

$$F_z = \frac{-\partial U}{\partial z} = -(16x^2yz - 12x)$$

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} \rightarrow = -(16xyz^2 - 12z)\hat{i} - (8x^2z^2)\hat{j} - (16x^2yz - 12x)\hat{k}$$

$\vec{F}$ at (1,1,2)

1. $\vec{F} = (-40\hat{i} - 32\hat{j} - 20\hat{k})\ N$
2. $|\vec{F}| = \sqrt{(-40)^2 + (-32)^2 + (-20)^2} = 55\ N$

EX: A Potential energy function for two dimensional force is in the form of $U = 3x^2y$. Find force that acts at the point (1,1)

$$F_x = \frac{-\partial U}{\partial x} = -6xy$$

$$F_y = \frac{-\partial U}{\partial y} = -3x^2$$

$$\vec{F} = -6xy\,\hat{i} - 3x^2\hat{j}$$

$$\vec{F}(1,1) = -6\hat{i} - 3\hat{j}$$

* تقسم القوى إلى قسمين :

① Conservative Force "قوى محافظة"

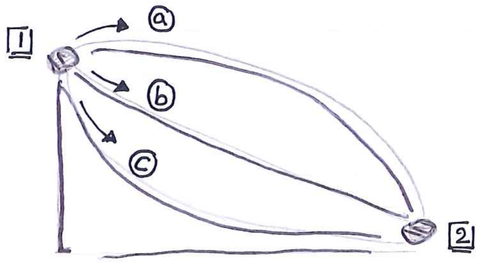
② Nonconservative Force "قوى غير محافظة"

* القوة المحافظة هي قوة تتميز بأنّ الشغل الكلي الذي تنتجه لتحريك جسم بين نقطتين لا يعتمد على شكل المسار بين النقطتين مثل : قوة الجاذبية الأرضية و القوة المبذولة من الزنبرك .

* Conservative Force :

↳ Gravitational Force

↳ Spring Force



* إذا تم تحريك الكرة بقوة الجاذبية الأرضية من النقطة $\boxed{1}$ إلى $\boxed{2}$ فإن الشغل الكلي هو نفسه للثلاث مسارات a, b, c .

* Non conservative Forces

↳ Kinetic friction

↳ Fluid resistance.

* القوى غير المحافظة هي قوى تنتج شغلاً لا يمكن اختزانه بشكل من أشكال الطاقة الوضعية كقوة الاحتكاك الحركي ومقاومة الهواء .

Ch"8": * Momentum and Impulse *

- **الزخم :** كمية فيزيائية وهي حاصل ضرب سرعة الجسم بكتلته ووحدتها (Kg.m /s) وهي كمية متجهة " vector quantity ".

* Momentum (P) → كمية الحركة *

$$\vec{P} = m\vec{V}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad \vec{F}_{avg} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \vec{F}_{avg}\,\Delta t.$$

* في حالة معادلات لل $\vec{F}$ بدلالة الزمن " t "

* في حالة إعطاء فترة زمنية *

- الدفع " Impulse ".

$$I = \Delta P = P_2 - P_1 = mV_2 - mV_1$$

$$\vec{I} = m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

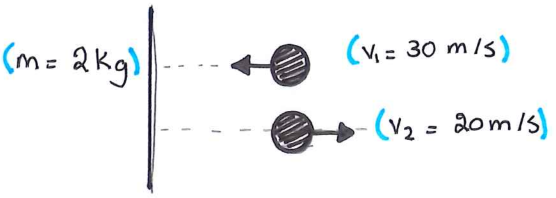
$$\vec{I} = \int \vec{F}\,dt \rightarrow$$ * في حالة معادلات لل F بدلالة الزمن (t) *

$$\vec{I} = \vec{F}_{avg}\,\Delta t$$ * في حالة إعطاء فترة زمنية *

*** EX:** from figure shown : if V_1 just before collision and V_2 just after it

Find ≡ 1. Impulse

2. Average force exerted on body if collision takes (0.01) sec.



→ $\vec{I}$, $\vec{P}$, $\vec{V}$ (vector quntities) * كميات متجهة *

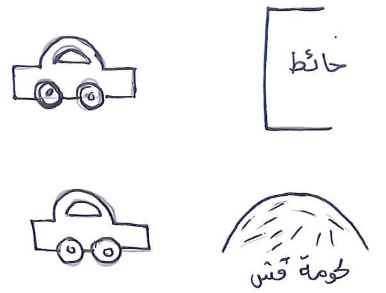
$V_1 = -30\hat{i}$ (باتجاه اليسار)
$V_2 = 20\hat{i}$ (باتجاه اليمين)

1. $\vec{I} = m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = 2(20\hat{i} - (-30)\hat{i}) = (100\hat{i})$ Kg.m/s

2. $\vec{I} = \vec{F}_{avg}\,\Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{100}{0.01}\hat{i} = 10000\hat{i}$ (N).

← توضيح ☺ *

- عند اصطدام سيارة بحائط في الحالة $\boxed{1}$ من ثمّ توقفها بعد التّصادم فإنّ الدفع في هذه الحالة سوف يساوي كمية الدفع في الحالة $\boxed{2}$ عند اصطدام نفس السيارة بنفس السرعة بكومة من القش و من ثم توقفها .



$$I_1 = I_2$$
$$F_1 \Delta t_1 = F_2 \Delta t_2$$

- لكن نلاحظ أنّه في الحالة $\boxed{1}$ للفترة الزمنية للتصادم قصيرة جدًا وبالتالي كانت القوة المؤثرة كبيرة جدًا و الضرر كبير على السيارة .

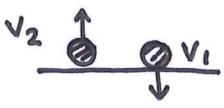
- في حين أنّه في الحالة $\boxed{2}$ ⇐ الفترة الزمنية كانت طويلة مقارنة بالحالة الأولى واللازمة لتوقف السيارة بسبب كومة القش . وبالتالي نتج عن ذلك قوة أقل و ضرر أقل مقارنة بالحالة $\boxed{1}$

$$F_1 \Delta t_1 = F_2 \Delta t_2$$
$$\uparrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \uparrow$$

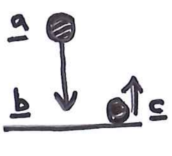
EX: If the ball (shown in the figure), was dropped from rest, collided with ground and reversed with speed of (8 m/s), find =

1. Impulse
2. Avg Force exerted by ground, if collision takes (0.01) seconds.

→ If m = 2 Kg ←



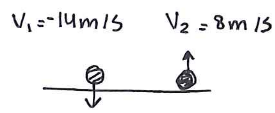
* V_1 ← سرعة الجسم ،تماماً قبل اصطدامه بالأرض بلحظات .



a: * عند اسقاط الكرة

b: * قبل الاصطدام بالأرض

c: * بعد ارتداد الكرة (بعد الاصطدام)



$E_a = E_b$

$mgh = \frac{1}{2} m V_b^2$

$V_b = \sqrt{2gh}$, $= \sqrt{(9.81)(10)2}$

$\vec{V_1} = \vec{V_b} = -14\hat{j}$ m/s

* لأنّ الاتجاه للأسفل ☺ *

$\vec{V_2} = \vec{V_c} = 8\hat{j}$ m/s

$\vec{I} = m(\vec{V_2} - \vec{V_1})$

1. $\vec{I} = 2(8\hat{j} - (-14\hat{j})) = 44\hat{j}$ Kg.m/s

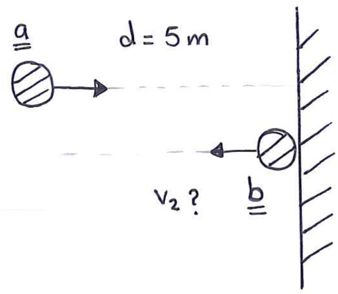
$\vec{F}_{avg} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{44\hat{j}}{0.01}$

2. $\vec{F}_{avg} = 4400\hat{j}$ (N)

*EX : (In the figure shown below) at point a a ball with speed $V_a = 5\ m/s$ and constant acceleration of $(\vec{a} = 2\ m/s^2)$ while the mass of the ball $= 1\ Kg$. If the Impulse done from wall is $\vec{I} = -45\ \hat{i}\ Kg.m/s$. Find V_2 ?

* دائماً (V_1) التي نستخدمها في قانون الدفع هي السرعة قبل التصادم .

← من قوانين الحركة نوجد السرعة قبل التصادم ☺



$V_f^2 = V_i^2 + 2a\Delta x$

$V_f^2 = (5)^2 + 2(2)(5)$

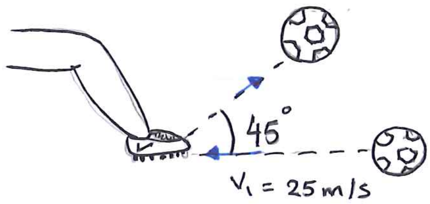
$= 6.7\ m/s. \rightarrow V_1 = +6.7\ m/s$

(باتجاه اليمين)

$\vec{I} = m(\vec{V_2} - \vec{V_1})$

$\vec{V_2} = \frac{\vec{I}}{m} + \vec{V_1} = \frac{-45\hat{i}}{1} + 6.7\hat{i} = -38.3\hat{i}\ m/s$. (باتجاه اليسار)

EX : A Soccer ball has a mass of (0.4) Kg, Initially it is moving to the left at 25 m/s, but then it's kicked. After the kick it is moving at 45° upward and to the right with speed 35 m/s. Find the impulse of the net force and the average net force, assuming collision time $\Delta t = 0.01\ s$.



* تم ركل كرة منطلقة بشكل أفقي لتنطلق بعد الركل بزاوية 45° مع الأفق وبالسرعات المعطاة . والمطلوب إيجاد الدفع ، إيجاد القوة المتوسطة

$\vec{V_1} = -25\hat{i}$, $V_{1x} = -25\ \hat{i}$, $V_{1y} = 0$. $\vec{V_2} = V_{x2}\hat{i} + V_{2y}\hat{j}$

$\vec{V}_{2x} = V_2 \cos\theta = 35 \cos 45 = 24.75\ m/s. \Rightarrow = 24.75\hat{i} + 24.75\hat{j}$

$V_{2y} = V_2 \sin\theta = 24.75\ m/s$

$\vec{I}_x = m(V_{x2} - V_{x1}) = 0.4(24.75\hat{i} - (-25)\hat{i}) = 19.9\hat{i}\ Kg.m/s.$

$\vec{I}_y = m(V_{y2} - V_{y1}) = 0.4(24.75\hat{j} - 0) = 9.9\hat{j}\ Kg.m/s.$

$\vec{I} = 19.9\hat{i} + 9.9\hat{j} \rightarrow |\vec{I}| = \sqrt{(19.9)^2 + (9.9)^2} = 22.22\ Kg.m/s.$

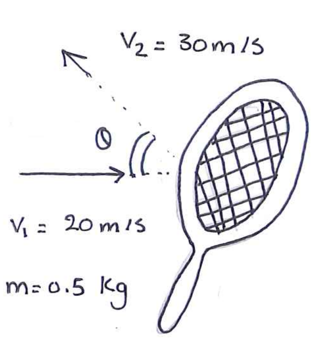
$\vec{F}_{avg} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{19.9\hat{i}}{0.01} + \frac{9.9\hat{j}}{0.01} \rightarrow |\vec{F}_{avg}| = \sqrt{(1990)^2 + (990)^2} = 2222\ N$

* θ direction of $\vec{F} = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{990}{1990}\right) = 26.45°$

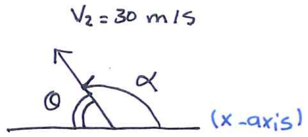
زاوية ركل الكرة ☺

EX: If Impulse of net Force was ($\vec{I} = -17\hat{i} + 13.2\hat{j}$) kg.m/s

Find the angle "θ"



$I_x = -17\hat{i}$



$I_x = m(V_{2x} - V_{1x})$

* نأخذ الزاوية من الجزء الموجب

$V_{1x} = 20\hat{i}$

وباتجاه عكس عقارب الساعة *

$V_{2x} = V_2 \cos\alpha = V_2 \cos(180-\theta)$

$I_x = m(V_2 \cos(180-\theta) - V_{1x})\hat{i}$

$-17\hat{i} = 0.5(30\cos(180-\theta) - 20)\hat{i} \rightarrow 30\cos(180-\theta) = \frac{-17}{0.5} + 20$

$180 - \theta = \cos^{-1}\left(\frac{-14}{30}\right) = 117.8°$

$\hookrightarrow \theta = 62.2°$

EX: If $P = 6t^2 - 4t + 21$, Find : 1. Applied force at $t = 4$ sec

2. Average force from $t=0$ to $t = 3$ sec.

$F = \frac{\partial P}{\partial t} = 12t - 4$

$\hookrightarrow F(\text{at } t=4) = 12(4) - 4 = 44$ N

$F_{avg} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} \rightarrow$

$P_{@(t=3)} = 6(3)^2 - 4(3) + 21 = 63$ kg.m/s

$\hookrightarrow P_{@(t=0)} = 21$ kg.m/s

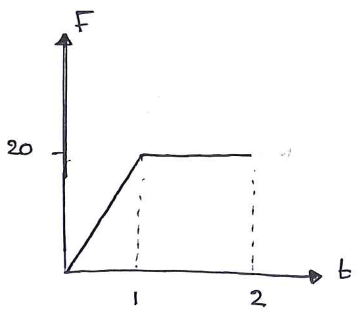
$F_{avg} = \frac{63-21}{3} = 14$ N

*** EX:** If $F = 4t^2 - 12t + 2$ Find Impulse of net Force from $t = 2$ to $t = 10$ sec

$I = \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = \int_{2}^{10} (4t^2 - 12t + 2)\,dt = 772.6$ kg.m/s.

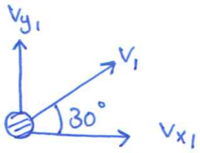
*** EX:** From Figure Find Impulse from ($t=0$) to ($t=2$)

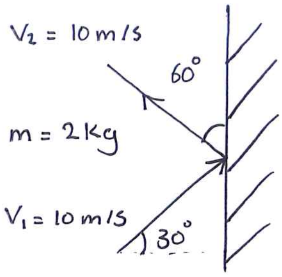
$\rightarrow I = \int F\,dt \rightarrow$ (المساحة تحت المنحنى)



$I = \underbrace{\frac{1}{2}(1)(20)}_{\text{مساحة المثلث}} + \underbrace{(1)(20)}_{\text{مساحة المربع}} = 30$ kg.m/s

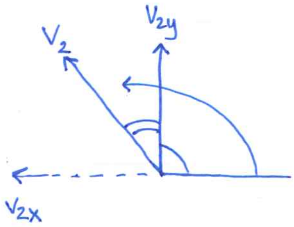
EX : Find 1) $\vec{I}$ 2) $\vec{F}_{avg}$ ($\Delta t = 0.1$ Sec).





$V_{1x} = V_1 \cos\theta = 10 \cos 30$
$= 8.66\ m/s$

$V_{y_1} = V_1 \sin\theta = 10 \sin 30$
$= 5\ m/s$



$\theta = 60° + 90° = 150°$

"الزاوية من الجزء الموجب لمحور السينات
وباتجاه عكس عقارب الساعة "

$V_{2x} = V_2 \cos\theta = 10 \cos 150°$
$= -8.66\ m/s$

$V_{2y} = V_2 \sin\theta = 5\ m/s$

→

* $\vec{I}_x = m\,(V_{2x} - V_{1x})$
$= 2\,(-8.66 - 8.66)\,\hat{i}$
$= -34.64\,\hat{i}$

* $\vec{I}_y = m\,(V_{2y} - V_{1y}) = 2(5 - 5) = 0$

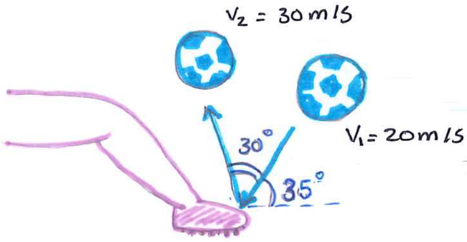
$\vec{I} = -34.64\,\hat{i}$ Kg.m/s.

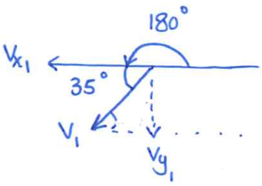
* So, $\vec{F}_{avg} = \dfrac{\vec{I}}{\Delta t} = -346.4\,\hat{i}$ N

EX : A Soccer ball has a mass of (0.7) kg was kicked as shown in the figure: V_1 is speed of ball just before kicking and V_2 just after it.

Find : 1. Impulse of net force.

2. Average force if $\Delta t = 0.015$ s.

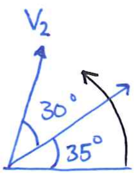




$\theta = 215°$

$V_{1x} = V_1 \cos\theta$
$= 20 \cos 215°$
$= -16.4\,\hat{i}\ m/s$

$V_{1y} = V_1 \sin\theta$
$= 20 \sin 215°$
$= -11.5\,\hat{j}\ m/s$



$\theta = 65°$

$V_{2x} = V_2 \cos\theta$
$= 30 \cos 65°$
$= 12.68\,\hat{i}\ m/s$

$V_{2y} = 30 \cos 65°$
$= 27.2\,\hat{j}\ m/s$

$\vec{I}_x = m(V_{x2} - V_{x1})$
$= 0.7(12.68 - (-16.4))\,\hat{i}$
$= 20.36\,\hat{i}$ Kg.m/s

$\vec{I}_y = 0.7(27.2 - (-11.5))\,\hat{j}$
$= 27\,\hat{j}$ Kg.m/s

$|\vec{I}| = \sqrt{(20.36)^2 + (27)^2} = 33.8$ Kg.m/s

$\vec{F} = \dfrac{\vec{I}}{\Delta t} = 2036\,\hat{i} + 2700\,\hat{j}$

$|\vec{F}| = 3380$ N

$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{2700}{2036}\right) \cong 53°$
(of kick or force)

* قانون حفظ الزخم *

كمية الحركة (الزخم) الكلية لجسمين متصادمين لا تتغير قبل و بعد التصادم .

[1] جسمان ينطلقان اتجاه بعضهما
[قبل التصادم] .

[٢] عند التصادم : الجسم "A" سوف يؤثر على الجسم "B" بقوة [$\vec{F}_{AB}$] وبالمقابل الجسم "B" سوف يؤثر على الجسم "A" بقوة مساوية في المقدار ومعاكسة في الاتجاه [$\vec{F}_{BA}$] **"قانون نيوتن الثالث"**

[٣] بعد التصادم

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

$$\Sigma F = F_{AB} + F_{BA} = 0 \rightarrow \Sigma F = 0$$

$$\frac{dP}{dt} = 0 \rightarrow P_1 = P_2 \qquad [P \Rightarrow \text{constant}]$$

*** كمية الزخم محفوظة ***

$$\underbrace{m_A V_{A1} + m_B V_{B1}}_{\text{قبل التصادم}} = \underbrace{m_A V_{A2} + m_B V_{B2}}_{\text{بعد التصادم}}$$

* قبل التصادم مباشرة V_{A_1} , V_{B_1} * بعد التصادم مباشرة V_{A2} , V_{B2}

collision → تصادم

collide → يتصادم

الجسم B
- كتلة الجسم ② m_B
- سرعته قبل التصادم ① V_B
- سرعته بعد التصادم ② V_B

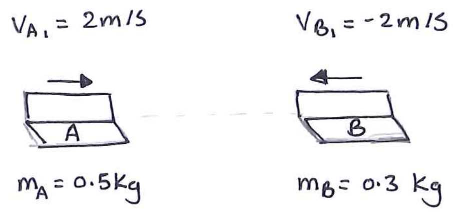
الجسم A
- كتلة الجسم ① m_A
- سرعته قبل التصادم ① V_A
- سرعته بعد التصادم ② V_A

$$\vec{P}_{x_1} = \vec{P}_{x_2}$$

$$\vec{P}_{y_1} = \vec{P}_{y_2}$$

EX: Two gliders with different masses move toward each other on friction less air track, as shown in the figure, After they collide glider (B) has a final velocity of (+2 m/s). Find:

1. The final velocity of glider A.
2. What is the change in momentum and velocity for A and B.
3. If collision takes (0.1) sec, find average exerted force acted on body B.

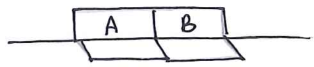


ⓐ Before collision

$$P_1 = P_2$$

$$m_A V_{A_1} + m_B V_{B_1} = m_A V_{A2} + m_B V_{B2}$$

$$0.5(+2) + (0.3)(-2) = (0.5)(V_{A2}) + (0.3)(+2)$$



ⓑ Collision

1. $V_{A2} = -0.4\ m/s$

2. $\Delta P_A = P_{A2} - P_{A_1}$

* change in momentum for "A"

$$= m_A(V_{A2} - V_{A_1}) = 0.5(-0.4-(2))\hat{i}$$

$$= -1.2\hat{i}\ kg.m/s$$

$$\Delta P_B = m_B(V_{B2} - V_{B_1}) = 0.3(2-(-2))\hat{i} = 1.2\hat{i}\ kg.m/s$$

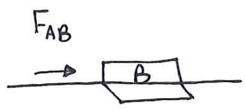
$$\boxed{\Delta P_A + \Delta P_B = 0}$$

* ملاحظة = في جميع حالات التصادم

$$\Delta V_A = V_{A2} - V_{A_1} = 2-(-0.4) = 2.4\hat{i}\ m/s$$

$$\Delta V_B = V_{B2} - V_{B_1} = 2\hat{i} - (-2)\hat{i} = 4\ \hat{i}\ m/s$$

[عند التصادم أثرت على الجسم "B" قوة من الجسم "A"]

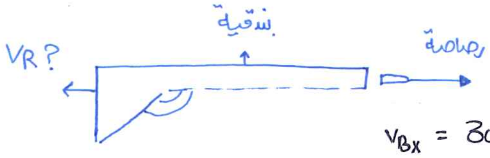


$$I_B = \Delta P_B = m_B(V_{B2} - V_{B_1})$$

$$= 0.3(2-(-2))\hat{i} = 1.2\hat{i}\ kg.m/s$$

$$F_{AB\ avg} = \frac{I_B}{\Delta t} = 120\hat{i}\ N$$

Ex: A marksman holds a rifle (بندقية) of mass , $M_R = 3kg$, so it can recoil freely . He fires a bullet (رصاصة) of mass $m_B = 5g$, horizontally with velocity of $V_{Bx} = 300\ m/s$, What's the recoil velocity of the refile.



$m_B = 5g = 0.005 kg$

$V_{Bx} = 300\ m/s\ \hat{i}$

$m_R = 3kg$

$V_{B_1} = V_{R_1} = 0$

" لأنه قبل إطلاق الرصاصة

كانت كل من الرصاصة والبندقية

في حالة سكون "

$$P_1 = P_2$$

$$m_B \cancel{V_{B_1}} + m_R \cancel{V_{R_1}} = m_B V_{B_2} + m_R V_{R_2}$$

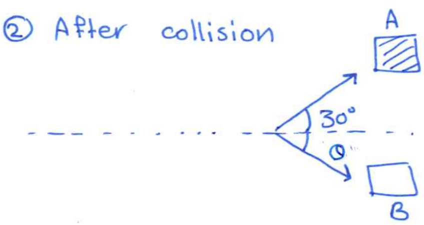
$$0 = 0.005\,(300) + 3 V_{R_2}$$

$$\therefore V_{R_2} = -0.5\ \hat{i}\ m/s .$$

Ex: Following Figure shows two bodies on smooth surface . body "A" with mass 20 kg , initially moves at 4 m/s parallel to x- axis . It collides with body "B" which is 10 kg and is initially at rest. After the collision , body "A" moves at 2 m/s In a direction that makes an angle $\alpha = 30°$ with its intial direction , What is the Final velocity of "B" ?

① before collision

② After collision



$V_{A1x} = +4\ \hat{i}\ m/s$

$V_{B1x} = 0$

$V_{A1y} = 0$

$V_{B1y} = 0$

$V_{Ax2} = V_2 \cos\alpha$

$= 2\cos 30° = 1.73\,\hat{i}\ m/s$

$V_{Ay2} = V_2 \sin\alpha$

$= 1\ \hat{i}\ m/s$

$$P_{x_1} = P_{x_2}$$

$$m_A V_{Ax_1} + m_B \cancel{V_{Bx_1}} = m_A V_{Ax_2} + m_B V_{Bx_2}$$

$$20(4) + 0 = 20(1.73) + 10\ V_{Bx_2}$$

$$V_{Bx_2} = +4.54\ \hat{i}\ m/s$$

$$P_{y_1} = P_{y_2}$$

$$m_A V_{Ay_1} + m_B V_{By_1} = m_A V_{Ay_2} + m_B V_{By_2}$$

$$0 = 20(1) + 10\,(V_{By_2})$$

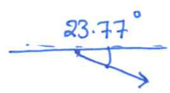
$$V_{By_2} = -2\ \hat{j}\ m/s$$

$$\vec{V}_{B_2} = 4.54\,\hat{i} - 2\,\hat{j}$$

$$|\vec{V}_{B_2}| = \sqrt{(4.54)^2 + (2)} \approx 5\ m/s$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_{By_2}}{V_{Bx_2}}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{-2}{4.54}\right) = -23.77°$$



* الإشارة سالبة لأنها مع عقارب الساعة *

* Collisions التصادمات *

[I] Elastic collisions → التصادمات المرنة

في هذا النوع من التصادمات تكون الطاقة الحركية محفوظة أي لا يوجد خسارة بالطاقة الحركية، أي أنّ الطاقة الحركية لا تتحول إلى نوع آخر من أنواع الطاقة و لا خسارة في الطاقة.

[تحاكي تصادمات الجزيئات والذرات]

$$K_1 = K_2 \qquad (\Delta K = 0)$$

$$\frac{1}{2} m_A V_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_A V_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{B2}^2 \quad \text{.. (1)} \quad \text{"Kinetic energy"}$$

* بالإضافة بالطبع أنّ الزخم محفوظ *

$$P_1 = P_2$$

$$m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = m_{A2} V_{A2} + m_B V_{B2} \quad \dots (2)$$

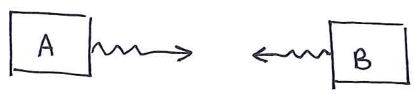
← "عادة في مسائل التصادمات المرنة تكون الأجسام موصولة بزنبرك للدلالة على مرونة التصادم".

* في حالة التصادم المرن ← من المعادلتين السابقتين.

$$V_{B2} - V_{A2} = V_{A1} - V_{B1}$$

← هذه العلاقة تطبق فقط في حالة التصادم المرن →

Ex: Before collision.



$V_{A1} = 2 \ m/s$ $\qquad V_{B1} = -2 m/s$

$m_A = 0.5 kg$ $\qquad m_B = 0.3 kg$

After collision

Find : 1. Final velocities (V_{A2}, V_{B2})

2. Exerted Force on "A" if $\Delta t = 0.01 sec$.

If collision was elastic.

[1] $P_1 = P_2$

* $m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = m_A V_{A2} + m_B V_{B2}$

$0.5(2) + (0.3)(-2) = 0.5 V_{A2} + 0.3 V_{B2}$

$0.5 V_{A2} + 0.3 V_{B2} = 0.4 \quad \text{.. (1)}$

* $V_{B2} - V_{A2} = V_{A1} - V_{B1}$

$V_{B2} - V_{A2} = 4 \quad \dots (2)$

← معادلتين لمجهولين من الآلة الحاسبة

MODE → 5 → 1

→ $V_{A2} = -1 m/s$ $\qquad$ → $V_{B2} = +3 m/s$

[2] $I_A = m_A (V_{A2} - V_{A1})$

$= 0.5 \ (-1 - 2)$

$= -1.5 \ kg.m/s$

$\vec{F}_A = \frac{-1.5}{0.01} = -150 N$

[2] Inelastic Collisions "التصادمات غير المرنة"

هي التصادمات التي تكون فيها الطاقة الحركية غير محفوظة حيث يكون هناك خسارة في الطاقة الحركية على شكل تشوهات، أصوات، حرارة، كما في التصادمات التي تحصل على أرض الواقع.

$$KE_1 \neq KE_2$$

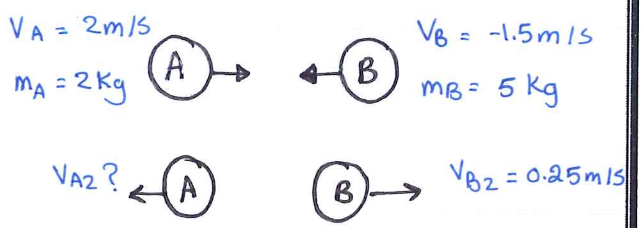
(loss energy) $\rightarrow \Delta KE = KE_2 - KE_1$

$$= \left(\tfrac{1}{2} m_A V_{A2}^2 + \tfrac{1}{2} m_B V_{B2}^2\right) - \left(\tfrac{1}{2} m_A V_{A1}^2 + \tfrac{1}{2} m_B V_{B1}^2\right)$$

$$P_1 = P_2$$

$$m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = m_A V_{A2} + m_B V_{B2}$$

EX: Find : 1. Final velocity of "A"
2. lost energy.



$m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = m_A V_{A2} + m_B V_{B2}$

1. $V_{A2} = -2.37 \ m/s$

2. $\Delta KE = \left(\tfrac{1}{2} m_A V_{A2}^2 + \tfrac{1}{2} m_B V_2^2\right) - \left(\tfrac{1}{2} m_A V_{A1}^2 + \tfrac{1}{2} m_B V_{B1}^2\right)$

$= \quad (5.8) \quad - \quad (9.625)$

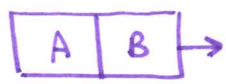
$\Delta KE = -3.825 J$

[3] Completely Inelastic Collision

في هذا التصادم = يصطدم جسمان متحركان فيتحركان كجسم واحد وبحركة واحدة بعد التصادم.

1. Before collision

2. After collision



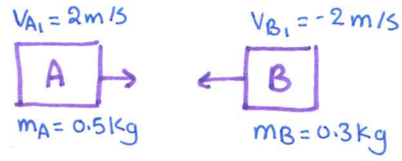
$$P_1 = P_2$$

$$m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = (m_A + m_B) V_2$$

$$KE_1 \neq KE_2$$

" أيضًا هناك خسارة في الطاقة الحركية " ٿ

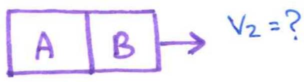
*EX: Find : 1. Final velocity 2. Final kinetic energy.



$$m_A V_{A1} + m_B V_{B1} = (m_A + m_B) V_2$$

$$0.5(2) + (0.3)(-2) = (0.5 + 0.3) V_2$$

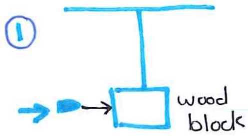
$$V_2 = 0.5\ m/s$$

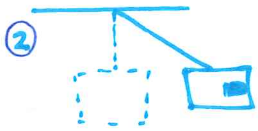


$$K_f = \frac{1}{2}(m_A + m_B) V_2^2 = \frac{1}{2}(0.5 + 0.3)(0.5)^2$$

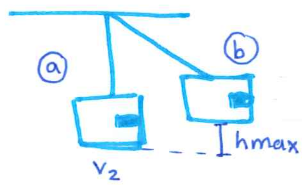
$$= 0.1\,J$$

*EX: Following figure shows a bullet of mass ($m_B = 10g$) makes a completely inelastic collision with a block of wood of mass ($m_w = 3kg$) which is suspended like a pendulm. After the impact, the block swings up to maximum height ($h = 10\ cm$), Find: Initial speed of the bullet if the block is initially at rest.





تذكير: عند وصول الجسم (المربوط بندول) إلى أقصى ارتفاع يصبح الجسم ساكن



a → عند اصطدام الرصاصة بالقطعة وتحركهما كجسم واحد

b → عند وصول الرصاصة والقطعة إلى أقصى ارتفاع

" ch:7 "

$$E_a = E_b$$

$$\frac{1}{2}(m_b + m_w) V_a^2 = (m_b + m_w)\, g h$$

$$V_2 = V_a = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(0.1)}$$

$$= 1.4\ m/s$$

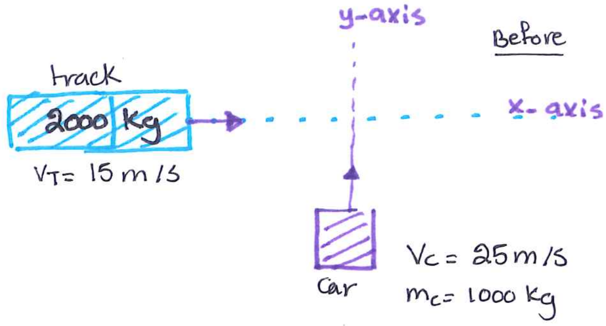
$$P_1 = P_2$$

$$m_b V_{b1} + \cancel{m_w V_{w1}} = (m_b + m_w) V_2$$

$$0.01\, V_b + 0 = (0.01 + 3)(1.4)$$

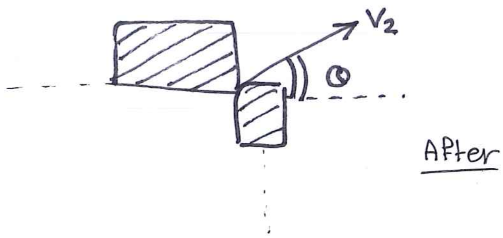
$$V_b = 421.4\ m/s$$

EX: A 1000 Kg car traveling north at (25 m/s) collides with 2000 Kg track. If the two vehicles move away from impact point as one. Find velocity after impact.



$V_{cy} = 25\hat{j}$, $V_{cx} = 0$

$V_{Ty} = 0$, $V_{Tx} = 15\ m/s$



$$P_{x1} = P_{x2}$$

$$m_c V_{cx} + m_t V_{tx} = (m_c + m_t) V_{x2}$$

$$0 + 2000(15) = 3000\ V_{x2}$$

$$V_{x2} = 10\ \hat{i}\ m/s$$

$$P_{y1} = P_{y2}$$

$$m_c V_{cy} + m_t V_{ty} = (m_c + m_t) V_{y2}$$

$$(1000)(25) + 0 = 3000\ V_{y2} \rightarrow \vec{V_2} = 10\hat{i} + 8.33\hat{j}$$

$$V_{y2} = +8.33\hat{j}$$

$$|\vec{V_2}| = \sqrt{(10)^2 + (8.33)^2}$$

$$= 13\ m/s$$

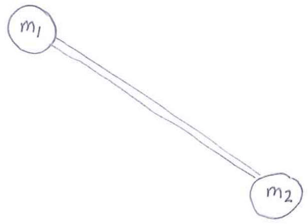
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = 39.8^\circ$$

من كان أسعى كان بالمجد أجدر

Good luck

* Center of mass

* مركز الكتلة لمجموعة كتل موزعة في الفضاء هي النقطة التي إذا طُبّقت عليها قوة ما ، يتحرك الجسم كاملاً باتجاه القوة ولا يدور.



← لنفترض وجود كتلتين m_1 ، m_2 موصولتان مع بعضهما بعمود مهمل الكتلة ، فإذا طبقت قوة على مركز الكتلة ، فإنّ الكتلتين (أو المجموعة بأكملها) ستكتسب تسارع باتجاه القوة المؤثرة ولن تدور. في حين إذا طبقت القوة مثلاً على m_1 فإن المجموعة سوف تدور حول مركز الكتلة .

* مركز الكتلة هي نقطة لها احداثيات (x , y , z) " Center of mass ".

لحساب هذه الاحداثيات .

$$X_{(cm)} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

(for center of mass)

$$Y_{(cm)} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3}$$

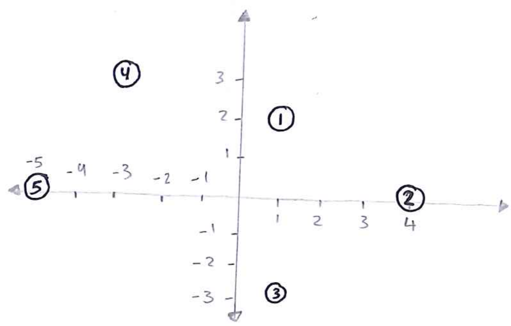
$$Z_{(cm)} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3}$$

* بحيث أن x_1 الاحداثي السيني لـ m_1 و x_2 الاحداثي السيني لـ m_2 وهكذا .
y_1 الاحداثي الصادي لـ m_1 و y_2 الاحداثي الصادي لـ m_2 و هكذا.

[EX] From this figure :

if $m_1 = 2 Kg$, $m_2 = 3 Kg$, $m_3 = 1 Kg$, $m_4 = 2 Kg$, $m_5 = 6 Kg$

Find the coordinates of center of mass.



$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_5 x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$$

$$= \frac{2(1) + (3)(4) + 1(-1) + 2(-3) + 6(-5)}{2+3+1+2+6} = -1.5$$

$\rightarrow$ so, cr $(-1.5 , 0.43)$

$\vec{r}_{cm} = X\hat{i} + Y\hat{j} = -1.5\hat{i} + 0.43\hat{j}$

لـ إذا طلبها على شكل متجه [Vector].

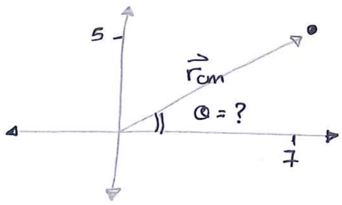
$$Y = \frac{my_1 + my_2 + my_3 + my_4 + my_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$$

$$= \frac{2(2) + 3(0) + 1(-4) + 2(3) + 6(0)}{2+3+1+2+6} = 0.43$$

$\boxed{Ex}$ Three Particles of mass 8 kg are located at (0,0), (9,3), (12,12). If distances are in meters. Find the angle their center of mass vector makes with the horizontal.

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8(0) + 8(9) + 8(12)}{8 + 8 + 8} = 7\ m$$

$$Y_{cm} = \frac{8(0) + 8(3) + 8(12)}{8 + 8 + 8} = 5m$$



$$\vec{r}_{cm} = 7\hat{i} + 5\hat{j} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) = 35.54^\circ$$

اسألني
2018
عن الهندسة

Ch9 : Rotation of rigid bodies

Rigid bodies → أي جسم صلب التشوهات (deformation) تعتبر فيه مهملة وأي نقطتين على الجسم تبقى المسافة بينهم ثابتة

جسم جاسئ

* الحركة الدورانية للأجسام الصلبة

- المتغيرات والكميات في الحركة الدورانية مشابهة للكميات في الحركة الخطية.

linear motion	الحركة الخطية	Rotational motion	الحركة الدورانية
x	(position) الموقع	θ	(Angle) الزاوية
Δx	(Displacement) الإزاحة الخطية	$\Delta\theta$	(Angular displacement) الإزاحة الزاوية
v	(velocity) السرعة	ω	(Angular velocity) السرعة الزاوية
a	(acceleration) التسارع	α	(Angular acceleration) التسارع الزاوي

$$\boxed{\Delta\theta = \frac{s}{r}}$$

s → طول القوس "المسافة المقطوعة على المحيط"

r → نصف القطر

* $\Delta\theta$ الإزاحة الزاوية *

← هي مقدار الزاوية التي يقطعها الخط الواصل بين مركز الدوران ونقطة على الجسم وتقاس بالـ rad .

- للتحويل من degree إلى rad ⟸ نضرب $\left(\frac{\pi}{180}\right)$

- للتحويل من rad إلى degree ⟸ نضرب $\left(\frac{180}{\pi}\right)$

$180^\circ \leftrightarrows \pi$ rad

$360^\circ \leftrightarrows 2\pi$ rad

$90^\circ \leftrightarrows \frac{\pi}{2}$ rad

$45^\circ \leftrightarrows \frac{\pi}{4}$ rad

- **Angular velocity** $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, $\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$V_{avg} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$ | $\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ (Average angular velocity)

$V = \frac{dX}{dt}$ | $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (instantanuous angularvelocity)

* وتقاس ب rad/s *

- **Angular acceleration** $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, $\alpha_{avg} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$a_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ | $\alpha_{avg} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

وتقاس ب rad/s^2

$a = \frac{dv}{dt}$ | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

Ex. The angular position θ of a 0.72 m diameter flywheel is given by $(\theta = 2t^3 + 4t)$ rad

Find : $\boxed{1}$ θ in radians and degrees at $t = 2, 5$

$\boxed{2}$ Find the distance that the particle on the flywheel rim moves from $t_1 = 2$ s to $t_2 = 6$ s

$\boxed{3}$ Find average angular velocity from $t_1 = 2$ to $t_2 = 5$

$\boxed{4}$ Find angular velocity at $t = 3$ sec.

$\boxed{5}$ Find angular acceleration from $t = 0$ to $t = 10$

$\boxed{6}$ Find angular acceleration at $t = 7$ sec.

$\boxed{7}$ Find angular velocity at $t = 5$ in rev/min

Sol.

- أول خطوة دائماً نخرج معادلات ω و α

$\theta = 2t^3 + 4t$

$\omega = \frac{d\theta}{dt} = (6t^2 + 4)$ rad/s

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = (12t)$ rad/s^2

① $\theta\,(\text{at } t=2) = 2(2)^3 + 4(2) = 24 \text{ rad}$ (دائماً الناتج ب rad)

$= 24\left(\frac{180}{\pi}\right) = 1375.09^\circ$

$\theta\,(\text{at } t=5)$ $\theta = 270 \text{ rad}$

$= 270\left(\frac{180}{\pi}\right) = 15469.8^\circ$

② $\theta_{1\,\text{at } t=2} = 24 \text{ rad}$

$\theta_{2\,\text{at } t=6} = 456 \text{ rad}$

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 456 - 24 = 432 \text{ rad}$

$\Delta\theta = \frac{s}{r} \Rightarrow s = r\Delta\theta$

$= 0.36\,(432) = 155.52 \text{ m}$

③ $\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta t}$

$\theta_{2\,\text{at } t=5} = 270 \text{ rad}$ ، $\theta_{1\,\text{at } t=2} = 24 \text{ rad}$

$\omega_{avg} = \frac{270-24}{5-2} = 82 \text{ rad/s}$

④ $\omega_{\text{at } t=3} = 6(3)^2 + 4 = 58 \text{ rad/s}$

⑤ $\alpha_{avg} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t}$

$\omega_2 \text{ at } t=10 = 6(10)^2 + 4 = 604 \text{ rad}$

$\omega_1 \text{ at } t=0 = 6(0)^2 + 4 = 4 \text{ rad}$

$\alpha_{avg} = \frac{604-4}{10-0} = 60 \text{ rad/s}^2$

⑥ $\alpha_{at\ t=7} = 12(7) = 84\ rad/s^2$

(rev per min.) $rpm\left(\frac{2\pi}{60}\right) = rad/s$

$rps\,(2\pi) = rad/s$

$rev.\,(2\pi) = \theta\,(rad)$

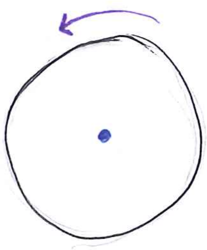
$\theta\,(rad) * \left(\frac{1}{2\pi}\right) = rev. \Rightarrow$ " عدد الدورات "

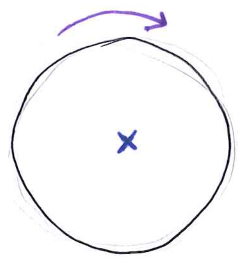
$\omega\,(rad/s) * \left(\frac{60}{2\pi}\right) = \omega\,(rev/min)$ or rpm

$\omega\,(rad/s) * \left(\frac{1}{2\pi}\right) = \omega\,(rev/sec)$ or rps

$\alpha\,(rad/s^2) * \frac{1}{2\pi} = \alpha\,(rev/s^2)$

⑦ $\omega_{at\ t=5} = 154\ rad/s = 154\left(\frac{60}{2\pi}\right) rev/min = 1470.6\ rev/m$





- اذا كان اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة فإن اتجاه ω سيكون خارج الصفحة بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (positive - Z - axis)

(+)

- اذا كان اتجاه الدوران مع عقارب الساعة فإن اتجاه السرعة الزاوية ω سيكون إلى داخل الصفحة (negativ Z axis)

(−)

α = Constant

معادلات الحركة الخطية بتسارع ثابت

$v_2 = v_1 + at$

$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x$

$\Delta x = v_1 t + \frac{1}{2}at^2$

$x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2}at^2$

معادلات الحركة الدورانية بتسارع ثابت

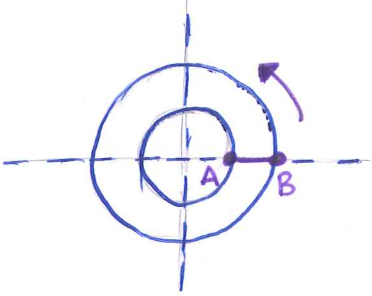
$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta$

$\Delta\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta_2 = \theta_1 + \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

The disc shown in figure has an angular velocity of 31 rad/s at $t = 0$ and its constant angular acceleration is $-11\ rad/s^2$ a line AB on the discs surface lies along the x-axis at $t = 0$



Find ① disc's angular velocity at 0.5 sec.
② What angle dose the line AB make with x-axis at this time.
③ No. of revolutions at this time.

$\theta_{1\,(at\ t=0)} = 0$, $\omega_1 = 31\ rad/s$, $\alpha = -11\ rad/s^2$

① $\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$
$= 31 + (-11)(0.5) = 25.5\ rad/s$

② $\theta_2 = \theta_1 + \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$= 0 + (31)(0.5) + \frac{1}{2}(-11)(0.5)^2$
$= 14.123\ rad$

③ $\left(\frac{\Delta\theta}{2\pi}\right) = 2.25\ rev.$

• العلاقة بين الكميات في الحركة الخطية والكميات في الحركة الدورانية •

$S = r\theta$
$v = r\omega$ * دائماً نضرب بنصف القطر "r"
$a_t = r\alpha$

$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = \frac{r^2\omega^2}{r} = \underline{\underline{\omega^2 r}}$

$a_r = \omega^2 r$ radial acc.

$a_t = r\alpha$ tangential acc.

Ex.

An athlete whirls a disc (يلف قرصاً) in a circle of radius 75 cm at a certain instant, the athlete is rotating at 12 rad/s and the angular speed is incrasing at 55 rad/s² At this instant find the magnitude of total acceleration of the disc "القرص"

$a_t = r\alpha = (0.75)(55) = 41.25 \ m/s^2$

$a_r = \omega^2 r = (12)^2(0.75) = 108 \ m/s^2$

$a_{total} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$

$= \sqrt{(41.25)^2 + (108)^2} = 115.6 \ m/s^2$

Ex. An electric fan "مروحة" and its angular velocity decreases uniformaly from 500 rev/min to 200 rev/min in 4 s.

Find: ① angular acceleration

② How many more seconds are required for the fan to come to rest if angular acc. remains constant.

$\omega_1 = 500 \text{ rpm} = 500\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 52.36 \text{ rad/s}$

$\omega_2 = 200 \text{ rpm} = 200\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 20.94 \text{ rad/s}$

$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$

$20.94 = 52.36 + \alpha 4$

① $\alpha = -7.85 \text{ rad/s}^2 \longrightarrow (-7.85)/(2\pi)$ (اذا طلب بـ rev/s^2 *)

$= -1.25 \text{ rev/s}^2$

② $\omega_3 = 0$

$\omega_3 = \omega_2 + \alpha t$

$0 = 20.94 + (-7.85)t$

$t = 2.66$ sec.

Ex. A wheel of diameter (40 cm) starts from rest and rotates with a constant angular acceleration of $3 rad/s^2$.
Find radial acceleration of a point on the rim for the instant the wheel completes its second revolution.

$\omega_1 = 0$ (from rest)

$\Delta\theta = 2 rev. = 2(2\pi) = 4\pi$

$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta$

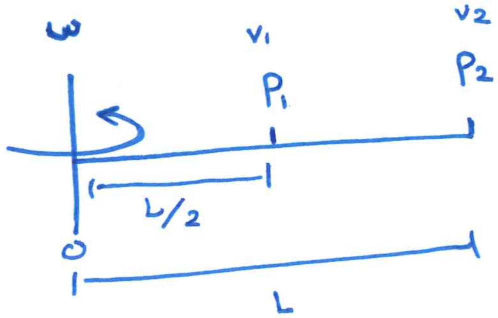
$\omega_2^2 = 0 + 2(3)(4\pi)$

$\omega_2 = 8.68 \; rad/s$

$a = \omega^2 r$ $\quad$ *$\left(r = \frac{d}{2} = 20 cm = 0.2 m\right)$*

$= (8.68)^2(0.2) = 15 \; m/s^2$

Ex. A rod of length $L = 2m$ rotates counter clockwise around an axis that is perpendicular to the rod and passes through its end as shown in figure
Two points P_1, P_2 lie at $L/2$ and L respectively from the axis. if angular speed of the rod is "$\omega = 5 rad/s$".
find the ratio $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$.



Sol.

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v_1}{L/2} = \frac{v_2}{L}$

$\frac{2v_1}{\cancel{L}} = \frac{v_2}{\cancel{L}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$

ملاحظة : السرعة الزاوية لجميع نقاط لجسم يدور حول محور ما متساوية لأن الزاوية المقطوعة خلال فترة زمنية هي نفسها ولكن كلما ابتعدنا عن محور الدوران كلما زادت السرعة الخطية لأن المسافة المقطوعة تكون أكبر خلال نفس الفترة الزمنية

$\omega_A = \omega_B$

$v_A < v_B$

* Moment of inertia (I)

* عزم القصور الذاتي : هو مقاومة الجسم للتغير في حالته الدورانية تماماً كمقاومة الكتلة التغير في حالة الجسم الحركية الخطية.

* كلما كانت كتلة الجسم أكبر كلما زادت مقاومة الجسم إن كان ساكناً للتحرك وإن كان متحركاً بمقدار سرعة الجسم أو اتجاهها (الحتسب تسارع) وكذلك عزم القصور الذاتي هو مقاومة الجسم أو ممانعته للتغير في حركته الدورانية حول مركز ما في الجسم فكلما زاد عزم القصور الذاتي لجسم حول مركز ما ، تزيد ممانعة هذا الجسم للدوران حول المركز وبالتالي عند التعامل مع الحركة الدورانية ستحول الكتلة "m" إلى عزم القصور الذاتي "I"

← لحساب "I"

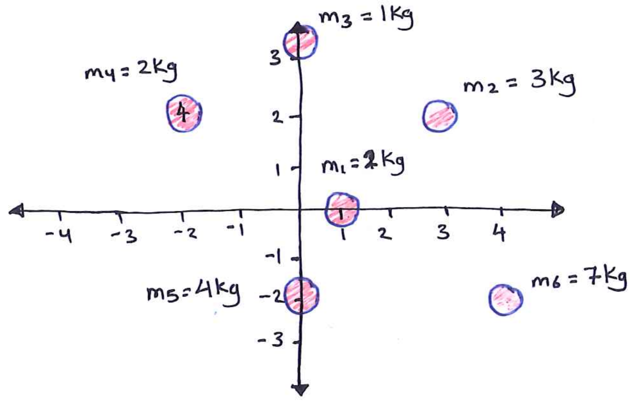
في حالة حساب "I" لمجموعة أجسام منفصلة

$$I = \sum m_i v_i^2$$

حيث أن :
m: كتلة الجسم
r: المسافة بين الجسم ومركز الدوران

$$I = \sum m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$$

Ex From the Figure find the amount of inertia around the origin.



$$I = \sum m_i r_i^2$$
$$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 + m_5 r_5^2 + m_6 r_6^2$$

$$= 2(1)^2 + 3(3^2+2^2) + 1(3)^2 + 2(2^2+2^2) + 4(2)^2 + 3(2^2+4^2) = 142 \ \text{kg.m}^2$$

Ex Find "Moment of inertia For this group if the rotation about:

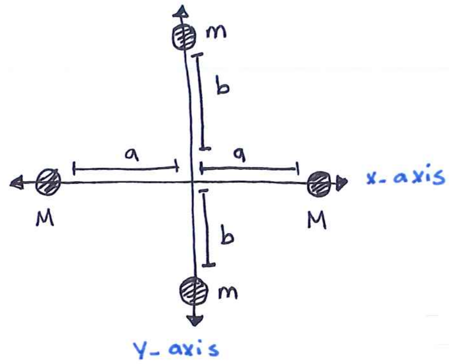
1. y-axis 2. z-axis 3. x-axis

$M = 3\,Kg$

$m = 2\,Kg$

$a = 3\,m$

$b = 2.5\,m$



(اتجاه الـ z-axis هو لخارج الصفحة)

* If rotation about y-axis

1. $I = Ma^2 + Ma^2 + 0 + 0$

$= 2Ma^2 = 2(3)(3)^2 = 54\,kg.m^2$

* If rotation about z-axis

2. $I = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2$

$= 2Ma^2 + 2mb^2$

$= 2(3)(3)^2 + 2(2)(2.5)^2$

$= 79\,Kg.m^2$

* If rotation about x-axis $\rightarrow$ 3. $I = mb^2 + mb^2 = 2mb^2 = 2(2)(2.5)^2 = 25\,kg.m^2$

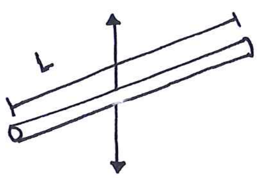
* كل شكل له قانون خاص لـ (Moment of Inertia) يتم حسابه عن طريق القانون الأساسي

$$I_p = I_{cm} + Md^2$$

Cylinderical rod

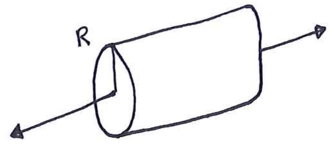
"axis through center)

$I = \frac{1}{12} ML^2$



Solid Cylinder

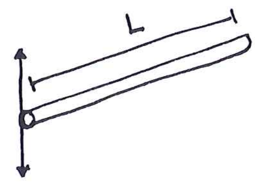
$I = \frac{1}{2} MR^2$



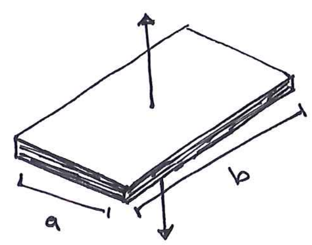
"axis through one end"

محور الدوران عند النهاية

$I = \frac{1}{3} ML^2$



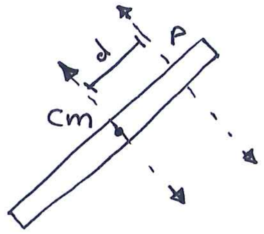
$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$



(Parallel axis theorem) → " قانون المحاور المتوازية "

$$I_p = I_{cm} + Md^2$$

هذا القانون يتم استخدامه لحساب I حول محور يختلف عن محور الدوران الذي يمرّ خلال مركز الكتلة ويوازيه



I_p ← عزم القصور الذاتي المطلوب حسابه حول المحور

I_{cm} ← عزم القصور الذاتي للجسم حول محور الدوران الذي يمرّ خلال مركز الكتلة

d ← المسافة بين المحورين

M ← كتلة الجسم

* Rotational Kinetic Energy *

* linear kinetic energy ⇒ $K = \frac{1}{2} m v^2$

Rotational Kinetic energy ⇒ $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\boxed{\text{Ex}}$ Find the rotational kinetic energy for this rod if it is rotating around (axis - a) with an angular velocity ($\omega = 5$ rad/s)

→ $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$

→ $I_a = I_{cm} + Md^2$

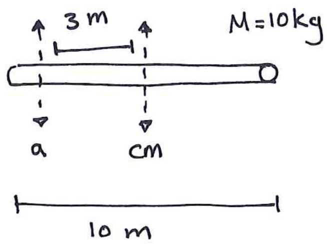
$= \frac{1}{2} ML^2 + Md^2$

$= M\left(\frac{1}{12}L^2 + d^2\right) = 10\left(\frac{1}{12}(10)^2 + (3)^2\right)$

$= 173.7 \text{ kg·m}^2$

→ $K = \frac{1}{2} I_a \omega^2$

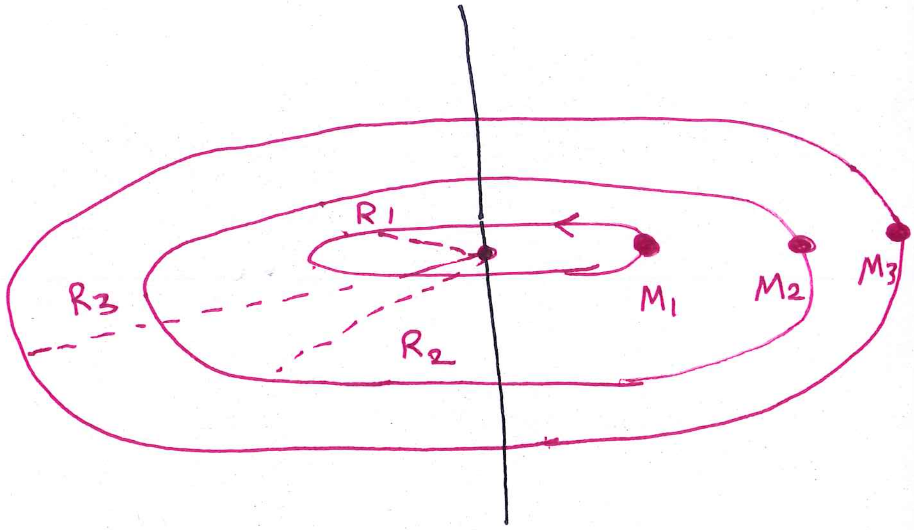
$= \frac{1}{2}(173.3)(5)^2 = 2166.25 \text{ J}$



Ex.) Three Masses $M_1 = M_2 = M_3$ rotate counter clockwise in the XY plane around the Z-axis with the same angular speed $\omega = 5$ rad/s.

$R_1 = 1m$, $R_2 = 2m$, $R_3 = 3m$

find Rotational Kinetic Energy.



Sol.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = M_1 R_1^2 + M_2 R_2^2 + M_3 R_3^2$$

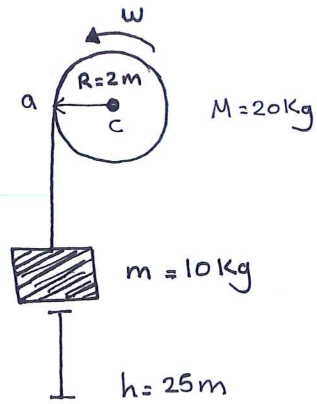
$$= 2(1)^2 + (2)(2)^2 + (2)(3)^2$$

$$= 28 \text{ kg.m}^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2}(28)(5)^2 = 350 \text{ J}$$

EX If Cylinder with mass "M" rotates around stationary central axis with negligible friction, the block with mass "m" was released from rest, find velocity of the block before reaching the ground.



في هذه المسائل اطبق قانون حفظ الطاقة كما تعلمناه سابقًا لكن بإضافة الطاقة الحركية الدورانية لأي جسم يدور.

$K = \frac{1}{2} I w^2$

" السرعة للجزء (a) عند نهاية الاسطوانة هي نفسها للجسم لأنهما مربوطان معًا ".

$w_1 = \frac{V_1}{R} \quad , \quad w_2 = \frac{V_2}{R}$

$I = \frac{1}{2} M R^2 \rightarrow = \frac{1}{2}(20)(2)^2 = 40 \text{ Kg} \cdot m^2$

بدأ من السكون

$E_1 = E_2$

$\cancel{\frac{1}{2} m v_1^2} + \cancel{\frac{1}{2} I w_1^2} + m g h_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 + \frac{1}{2} I w_2^2 + \cancel{m g h_2}$

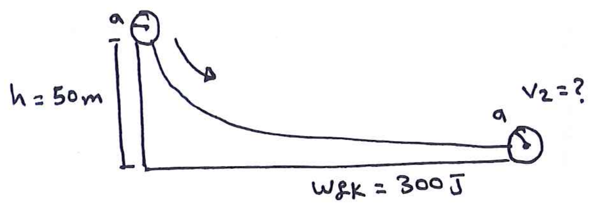
$0 + 0 + m g h = \frac{1}{2} m V_2^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{V_2}{R}\right)^2$

$10(10)(25) = \frac{1}{2}(10) V_2^2 + \frac{1}{2}(40)\left(\frac{1}{2}\right)^2 V_2^2$

$\rightarrow V_2^2 = 250 \rightarrow V_2 = 15.8 \text{ m/s}.$

EX From the figure if the Cylinder rotates around its centered axis and started from rest, find velocity of point (a).

$R = 2m \,,\, M = 20 Kg$



$w_2 = \frac{V_2}{R} \quad , \quad I = \frac{1}{2} M R^2$

$= \frac{1}{2}(20)(2)^2 = 40 \text{Kg} \cdot m^2$

$E_1 + W_{fk} = E_2$

$m g h_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I w_1^2 + W_{fk} = M g h_2 + \frac{1}{2} M V_2^2 + \frac{1}{2} I w_2^2$

$20(10)(50) - 300 = \frac{1}{2}(20) V_2^2 + \frac{1}{2}(40)\left(\frac{1}{2}\right)^2 V_2^2$

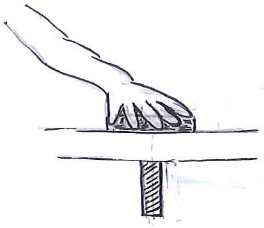
$V_2 = 25.43 \text{ m/s}$

← في هذه المسألة استخدمنا الطاقة الحركية الخطية $(\frac{1}{2} m V^2)$ والطاقة الحركية الدورانية $(\frac{1}{2} I w^2)$ لأن الاسطوانة تتحرك بشكل خطي وتدور حول محور مركزي في نفس الوقت.

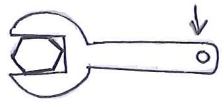
* Ch 10 : Torque ^^ *

* عزم الدوران ← Torque : (τ)

قيمة متجهة لقياس مدى قدرة قوة على تدوير الجسم حول محور ما.



- عند محاولة تدوير برغي باليد يكون الأمر صعب لأن عزم الدوران قليل



- لذلك يتم استخدام المفتاح لأنه يعمل على انتاج عزم دوران كافٍ لتدوير البرغي لأنه يزيد المسافة بين مركز الدوران ونقطة تأثير القوة.

$\tau = r F \sin\phi$.

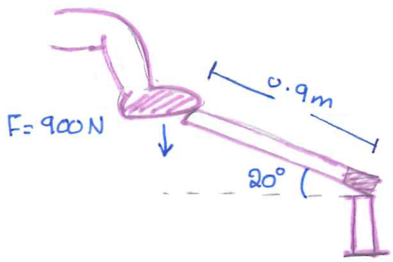
→ F: القوة المؤثرة

→ r: مقدار الإزاحة من مركز الدوران إلى نقطة تأثير القوة

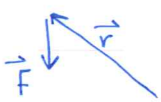
→ ϕ: الزاوية بين القوة F والإزاحة r

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ [as vectors]

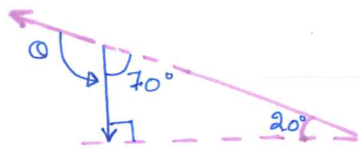
*** EX :** As shown in figure. Find the magnitude of the torque applied about the center of the fitting.



* اتجاه $\vec{r}$ دائماً من مركز الدوران إلى نقطة التأثير.



* حتى نقيس الزاوية نضع الذيل مع الذيل ونقيس من متجه الإزاحة $\vec{r}$ وباتجاه عكس عقارب الساعة.



$\theta = 180 - 70 = 110°$

$\tau = r F \sin\phi = 0.9 (900) \sin 110° = + 761.15$ N.m

نحدد اتجاه العزم عن طريق استخدام قاعدة اليد اليمنى حيث ندير أصابع اليد اليمنى باتجاه القوة ليتجه الإبهام إلى خارج الصفحة.

+ positive z-axis ⊙

*** EX:** if $\vec{F} = 8\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{r} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$, Find Torque:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 3 & 5 \\ 8 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (3+10)\hat{i} - (6-40)\hat{j} + (-12-24)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = (13\hat{i} + 34\hat{j} - 36\hat{k}) \ N.m$$

*** EX:** A rigid body is rotating around a center of $(0,1,5)$ if a Force $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ is acting on point $(-1,5,5)$ on the body, Find Torque.

$$\vec{r} = (-1-0)\hat{i} + (5-1)\hat{j} + (5-5)\hat{k}$$

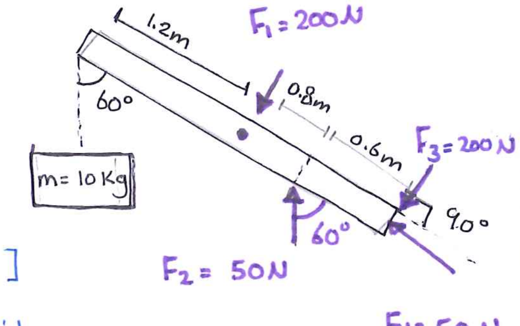
$$\vec{r} = -\hat{i} + 4\hat{j}$$

* نطرح احداثيات نقطة تأثير القوّة من احداثيات مركز الدوران لإيجاد $\vec{r}$

$$\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{i}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -11\hat{k} \ N.m$$

*** EX:** Find total torque

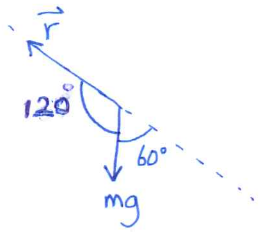


1. $\tau_m = r F \sin\phi$ (العزم الناتج عن الوزن)

$= r m g \sin\phi = 1.2(10)(9.8)\sin 160°$

$= 101.8 \ N.m$

" الوزن اتجاهه للأسفل "



[للتأكد من الإجابة :
إذا كانت الإشارة موجبة يتم التحقق عن طريق قاعدة اليد اليمنى]

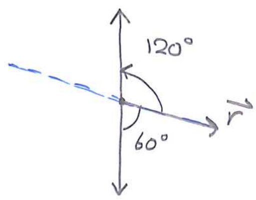
← حيث يشير العزم الناتج عن وزن الجسم إلى خارج الصفحة وبالتالي تكون الإشارة موجبة

* ⊕ positive z-axis *

2. $\tau_{F_1} = r_1 F_1 \sin\phi = 0$ $(\vec{r} = 0)$ " أيّ قوة مؤثرة على مركز الدوران لا تنتج عزم للدوران "

3. $\tau_{F_2} = r_2 F_2 \sin\phi = 0.8(50)\sin 120°$

$= 36.64 \ N.m$



4. $\tau_{F_3} = r_3 F_3 \sin\phi = 1.4\ (200)\ \sin 270^\circ$

$= -280\ N.m$

أو

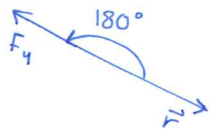
$= \ominus 1.4(200)\ \sin 90^\circ$

$\phi = 270^\circ$

"هنا نضع ذيل المتجه $\vec{r}$ مع ذيل $\vec{F}$ ونحسب الزاوية من $\vec{r}$ إلى $\vec{F}$ باتجاه عكس عقارب الساعة"

* يمكن أن نضع إشارة السالب من البداية لأنه باستخدام قاعدة اليد اليمنى يشير الإبهام إلى داخل الصفحة .. ونعوض مقدار ← الزاوية الأقرب

5. $\tau_{F_4} = r_4 F_4 \sin 180^\circ = 0$



* ملاحظة: دائماً القوى المؤثرة بشكل مباشر على محور الـ $\vec{r}$ والذي يمر بالمركز لا ينتج أي عزم.

"تذكير: اتجاه $\vec{r}$ من مركز الدوران إلى نقطة التأثير وليس العكس".

$\tau_{tot} = \tau_m + \tau_{F_2} + \tau_{F_3}$

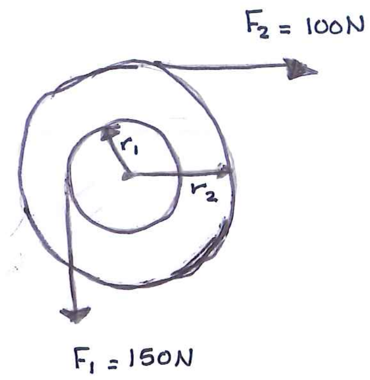
$= 101.8 + 36.64 - 280$

$= -141.56\ N.m$

← باتجاه " Negative → z-axis " أو إلى داخل الصفحة ⊗ "

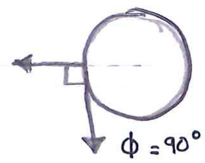
"الإشارات مهمة وتؤثر على الحل" ☺

$\boxed{EX}$ if $r_1 = 15\,m$, $r_2 = 25\,m$ find total torque.



$T_1 = r_1 F_1 \sin\phi$

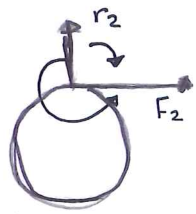
$= 15\,(150)(1) = 2250\ N.m$



$T_2 = r_2 F_2 \sin\phi_2$

$= 25\,(100)\,(-1)$

$= -2500$



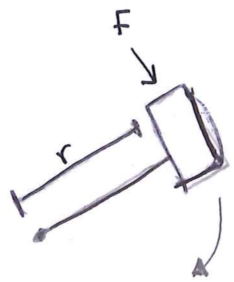
$\phi = 270$

$= -90$

$T_{total} = T_1 + T_2$

$= 2250 - 2500$

$= -250\ N.m$



$\Sigma F = ma$

$a = r\alpha$

$T = Fr$

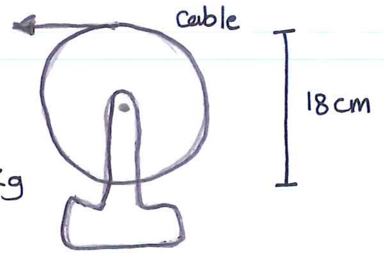
$Fr = mra$

$Fr = mr^2\alpha$

$I = mr^2 \rightarrow \Sigma T = I\alpha$

معادلات الحركة الخطية	معادلة الحركة الدورانية
x	θ
Δx	$\Delta\theta$
v	ω
a	α
m	I
F	T

|EX| If the cylinder rotates and friction is neglegible. Find the acceleration of the cable.



$I = \frac{1}{2} M R^2 \rightarrow R = 0.09$

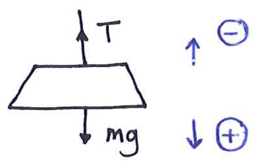
$I = \frac{1}{2}(40)(0.09)^2 = 0.162 \text{ Kg.m}^2$

$\tau = FR = 9(0.09) = 0.81 \text{ N.m}$

$\Sigma \tau = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = 5 \ s^{-2}$ $\quad * \ a = R\alpha = 0.09(5) = 0.45 \text{ m/s}^2$

|EX| A wheel (R = 12 cm) is mounted on a frictionless, horizontal axis that is prependicular to the wheel and passes through the center of mass of the wheel. A light cord wrapped around the wheel supports mass m = 0.7 Kg, as shown in figure. If it released from rest the object is observed to fall with a downward linear acceleration of 3 m/s^2. Find the moment of inertia (of the wheel) about given axis.

F.B.D

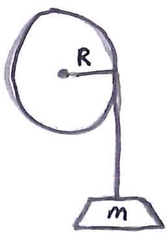


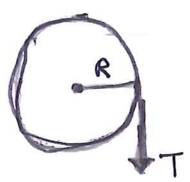
$\Sigma F_y = ma$

$mg - T = ma$

$0.7(10) - T = 0.7(3)$

$T = 4.9 \text{ N}$





$\tau = TR$

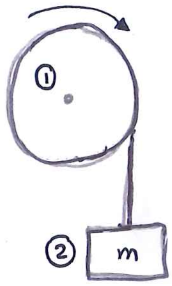
$\Sigma \tau = I_w \alpha$ $\qquad \alpha = \frac{a}{R} = \frac{3}{0.12} = 25 \ s^{-2}$

$TR = I\alpha$

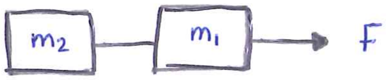
$4.9(0.12) = I(25) \rightarrow I = 0.0235 \text{ kg.m}^2$

* طريقة أخرى للحل :

في مسائل الحركة الانتقالية كنا نتعامل مع الأجسام الموصولة ببعضها كجسم واحد كتلته تساوي مجموع كتل الأجسام مع الغاء القوى الداخلية كالشد ، ومع الحركة الدورانية يمكن اعتبار الأجسام الموصولة ببعضها جسم واحد عزم قصوره الذاتي يساوي مجموع عزوم القصور الذاتي للأجسام الموصولة مع الأخذ بعين الاعتبار القوى الخارجية فقط .



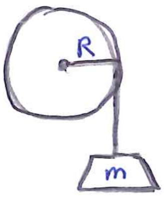
$$\Sigma \tau = (I_1 + I_2)\,\alpha$$



$$\Sigma F = (m_1 + m_2)\,a$$

في المثال السابق :)

- المطلوب "I" للعجلة .
- " نلغي تأثير قوة الشد الداخلية ونعتبرهم جسم واحد يدور حول محور الدوران "



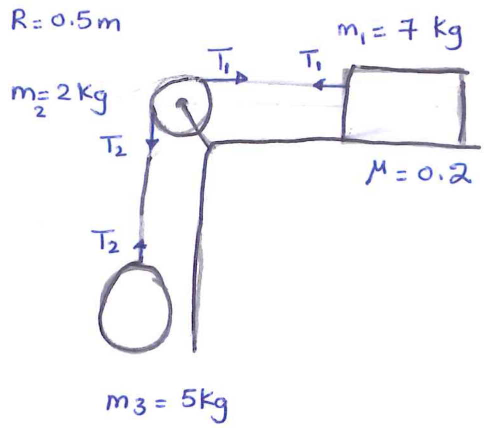
$$\tau = F * R = mg * R = (0.7)(10)(0.12)$$
$$= 0.84 \ N.m$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{3}{0.12} = 25 \ s^{-2}$$

$$\Sigma \tau = (I_m + I_w)\,\alpha \rightarrow I_m = mR^2$$

$$0.84 = ((0.7)(0.12)^2 + I_w)\,(25)$$

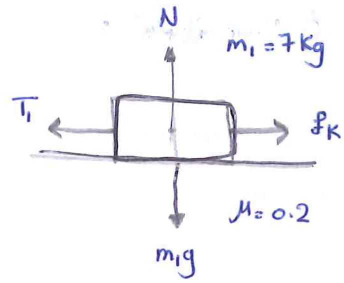
$$I_w = 0.0235 \ kg.m^2$$



From the Figure , Find linear acceleration (a)

في حالة وجود عجلة تدور حول محور الدوران نستخدم معادلتين رئيسيتين :

$$\Sigma \tau = I\alpha$$
$$\Sigma F = ma$$



$\Sigma F_y = 0$

$N - mg = 0 \rightarrow N = 70\ N$

$f_k = \mu N = 0.2(70) = 14\ N$

$\Sigma F = m_1 a$

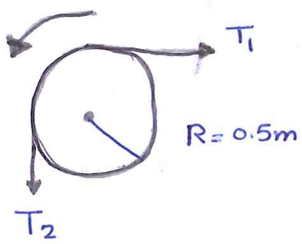
$T_1 - f_k = m_1 a \rightarrow T_1 - 14 = 7a$ .. ①

$T_2 \rightarrow \oplus$ مع الحركة $\qquad T_1 \rightarrow \ominus$ عكس الحركة

$\Sigma \tau = I\alpha$

$(T_2 - T_1)R = I\left(\frac{a}{R}\right)$ $\qquad I = \frac{1}{2}MR^2$

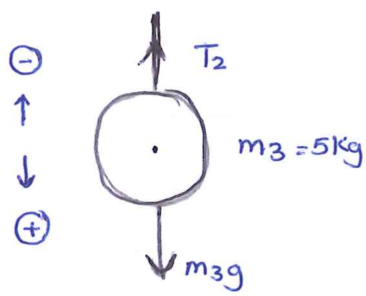
$0.5(T_2 - T_1) = 0.25\left(\frac{a}{0.5}\right)$ .. ② $\qquad = 0.25\ Kg \cdot m^2$



$\Sigma F = m_3 a$

$m_3 g - T_2 = m_3 a$

$50 - T_2 = 5a$ .. ③



* ارتب المعادلات

$T_1 - 7a = 14$ .. ①

$-0.5T_1 + 0.5T_2 - 0.5a = 0$ .. ②

$-T_2 - 5a = -50$ .. ③

← باستخدام الآلة الحاسبة

MODE → 5 → 2

$T_1 = 33.4\ N$

$T_2 = 36.15\ N$

$a = 2.77\ m/s^2$

← ملاحظات : في مسائل Chapter (4) البكرة أو العجلة ← فهي لا تدور والاحتكاك مهمل بين الحبال والعجلة (أو البكرة) .

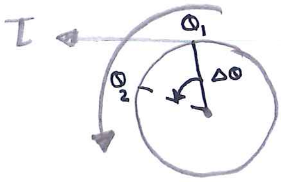
أما في هذه المسائل ↑ (المثال السابق) العجلة تدور حول محور يمر بمركز ثقلها ويوجد احتكاك بين الحبال وبين العجلة لذلك نجد أن هناك قيمتين لقوة الشد. (T_1 و T_2)

* في حالة الحركة الخطية $W = \int F\,dx$

[في حال كانت القوة ثابتة]

$W = F\,(x_2 - x_1)$

$W = \Delta KE = \frac{1}{2} m\,(v_2^2 - v_1^2)$



* في حالة الحركة الدورانية $W = \int \tau\,d\theta$

$W = \tau\Delta\theta = \tau\,(\theta_2 - \theta_1)$

(في حال كان العزم ثابت)

$W = \underbrace{\Delta KE}_{\text{rotational}} = \frac{1}{2} I\,(\omega_2^2 - \omega_1^2)$

$P_F = F\,v$

(Power due to force)

$P_\tau = \tau_z\,\omega_z$

(Power due to Torque)

EX An electric motor exerts a constant 10 N.m torque on grindstone. Which has moment of inertia of 2 kg.m² about its shift. The system starts from rest. Find work done by motor in 8 sec, the grind stones Kinetic energy at this time and the average power delivered by the motor. $\Sigma\tau = 10$ N.m , $I = 2$ kg.m²

$\Sigma\tau = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{10}{2} = 5$ rad/s²

$\Delta\theta = \cancel{\omega_i t} + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}(5)(8)^2 = 160$ rad

$W = \tau\,\Delta\theta = 10\,(160) = 1600$ J .. ①

لـ العزم ثابت

$W = \Delta KE = KE_2 - \cancel{KE_1} \rightarrow KE_2 = 1600$ J .. ②

$\omega_2 = \cancel{\omega_1} + \alpha t \rightarrow \omega_2 = 5(8) = 40$ rad

$KE = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(2)(40)^2 = 1600$ J

* $P_{avg} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1600}{8}$

$P_{avg} = 200$ W .. ③

Ex The figure shows two identical uniform rods of length (L) and mass (m) both rods are rotating with angular speed (ω) about an axis prependicular to them one passing through the center (I center) and the other one through its end (I end). The work needed to set the two rods into rotation with the same (ω) is :

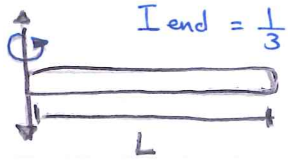
a. $W_{end} = W_{center}$

b. $W_{end} = 3 W_{center}$

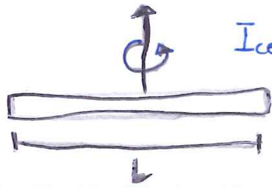
c. $W_{end} = 4 W_{center}$

d. $W_{end} = (1/3) W_{center}$

e. $W_{end} = (1/4) W_{center}$



$I_{end} = \frac{1}{3} M L^2$



$I_{center} = \frac{1}{12} M L^2$

$$W_{center} = \frac{1}{2} I_{center} \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} M L^2\right) \omega^2$$

$$W_{end} = \frac{1}{2} I_{end} \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} M L^2\right) \omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4}{12} M L^2\right) \omega^2 \rightarrow = 4 \underbrace{\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} M L^2\right)\omega^2\right)}_{(W_{center})}$$

[$W_{end} = 4 W_{center}$] الإجابة الصحيحة هي (c)

(Angular Momentum)   " الزخم الزاوي "   ☺   ويرمز بـ " $\vec{L}$ "

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m\vec{V} = r m v \sin\theta$$

θ: الزاوية بين r, V

$$\vec{P} = m\vec{V} \qquad \vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

← " اتجاه ($\vec{L}$) دائماً بنفس الاتجاه لـ ($\vec{\omega}$)

← عكس عقارب الساعة : اتجاه $\vec{L}$, $\vec{\omega}$ إلى خارج الصفحة ⊕

← مع عقارب الساعة : اتجاه $\vec{\omega}$, $\vec{L}$ ، إلى داخل الصفحة ⊖

$$\sum \vec{F} = \frac{dmv}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} \rightarrow \sum \vec{\tau}_{total} = \frac{d\vec{L}_{total}}{dt}$$

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\alpha}$$

$$\vec{L}_{total} = \sum \vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots$$

← الزخم الزاوي الكلي في حالة وجود أكثر من كتلة مربوطة ببعضها البعض
وتدور حول محور دوران

$\boxed{EX}$ A turbine fan in a jet engine has a moment of inertia of $2.5\ Kg.m^2$ about its axis of rotation, its angular velocity is given by $\omega = 40t^2$ rad/s

a. Find the fan's angular momentum as function of time.

b. Find net torque on the fan as function of time and its value at $t = 3$ sec.

$$P = I\omega = (2.5)(40t^2) = 100t^2$$

$$\tau = \frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt}(100t^2) = 200t$$

$$\tau_{@t=3} = 200(3) = 600\ N.m$$

|EX| Find linear acceleration "a" in the figure below ↓

* $L_1 = r_1 m_1 V_1 \sin\theta = R\, m_1\, V \sin 90 = 0.5\,(7)\, V = 3.5V$

للجسم الأول

* $L_2 = r_2 m_2 V_2 \sin\theta = R M V \sin 90 = 0.5\,(2)\, V = V$

للعجلة

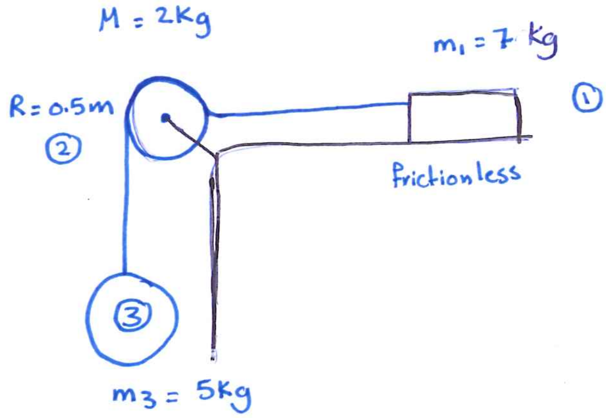
* $L_3 = r_3 m_3 V_3 \sin\theta = R\, m_3\, V \sin 90 = 0.5\,(5)\, V = 2.5\, V$

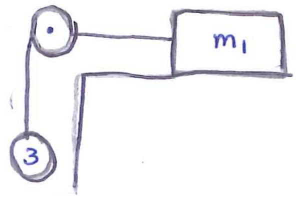
للجسم الثاني

$$L_{total} = 3.5V + V + 2.5V \rightarrow = 7V$$

$$\Sigma T_{total} = \frac{dL_{total}}{dt} = \frac{d}{dt}(7V) = 7\frac{dv}{dt}$$

$$\Sigma T = 7a$$



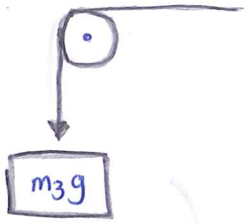


* اتفقنا أن نعامل مجموعة الكتل كنظام واحد نلغي جميع قوى الشدّ الداخلية ونأخذ بعين الاعتبار القوة الخارجية فقط بالنسبة للنظام كامل.

$\Sigma T = m_3 g R$

$= 5\,(10)\,(0.5)$

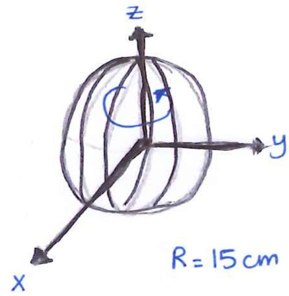
$= 25\ N.m$



$\Sigma T = 7a \rightarrow a = \frac{25}{7} = 3.57$

* ملاحظة : عوضنا بقيمة نصف القطر "R" في كل معادلات حساب الزخم الزاوي لأن نقاط تأثير القوى هي على المحيط للعجلة.

|EX| Calculate the angular momentum of a bowling ball spinning at 45 rev/min.



R = 15 cm

M = 8 Kg

$I = \frac{2}{5} MR^2$

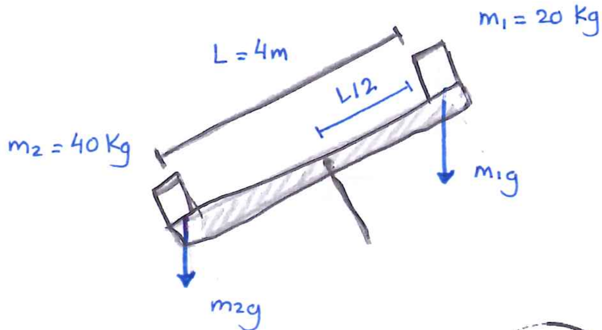
$V = \frac{2\pi R N}{t} = \frac{2\pi\,(R)\,(45)}{60}$

$V = 1.5\pi R\ ,\quad w = \frac{V}{R} = 1.5\pi$

$I = \frac{2}{5}\,(8)\,(0.15)^2 = 0.072\ kg.m^2$

$L = Iw = 0.072\,(1.5\pi) = 0.33\ kg.m^2/sec$

|EX| From figure, if the rod mass (M = 70 Kg) and angular velocity (0.5 rad/s) Find the angular momentum of the system



$L = Iw$

$I_{tot} = I_1 + I_2 + I_m$ for rod

$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \frac{1}{2} ML^2$

$= 20\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 40\left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(70)\,(4)^2$

$= 333.33\ Kg.m^2$

$L = Iw$

$= 333.33\,(0.5)$

$= 166.667\ Kg.m^2/S$

* Conservation of angular momentum *

- قانون حفظ الزخم الزاوي ☺ -

← كما تعلمنا سابقًا في حالة حفظ الزخم الخطي فإنه في حالة كل النظام معزول عن أي عزم خارجي فإنّ الزخم الزاوي محفوظ.

$$\sum \tau = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = 0 \rightarrow L = \text{constant}$$

$$L_i = L_f \rightarrow I_i w_i = I_f w_f$$

|EX| A solid sphere rotates about an axis through its center with a period of 5 sec, it had a radius of 120 cm before its radius became 30 cm, find the new period of rotation.

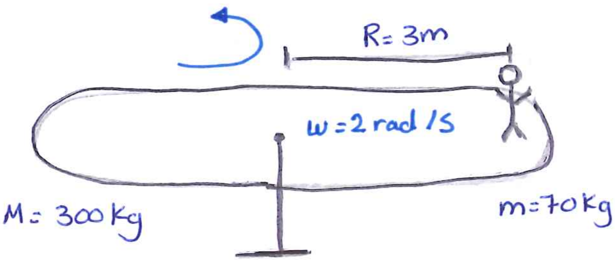
$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$I_i w_i = I_f w_f$$

$$\cancel{\tfrac{2}{5}}\cancel{M}R_1^2\left(\frac{\cancel{2\pi}}{T_1}\right) = \cancel{\tfrac{2}{5}}\cancel{M}R_2^2\left(\frac{\cancel{2\pi}}{T_2}\right)$$

$$\frac{(1.2)^2}{5} = \frac{(0.3)^2}{T_2} \rightarrow T_2 = 0.3125 \text{ sec.}$$

|EX| From figure find angular velocity when the body reaches a point $r = 1.2\,m$ from the center.



$$I_i w_i = I_f w_f$$

$$\underset{\text{للقرص}}{I_{M_1} w_i} + \underset{\text{للجسم}}{I_{m_1} w_i} = I_{M_2} w_f + I_{m_2} w_f$$

$$(I_{M_1} + I_{m_1})\, w_i = (I_{M_2} + I_{m_2})\, w_f$$

$$I_{M_1} = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2}(200)\,3^2 = 900 \text{ kg.m}^2 = I_{M_2}$$

* لن يحدث تغيير لـ I_M

$$I_{m_1} = m r_1^2 = mR^2 = 70\,(3)^2 = 630 \text{ kg.m}^2$$

$$I_{m_2} = m r_2^2 = 70\,(1.2)^2 = 100.8 \text{ kg.m}^2$$

$$(900 + 630)(2) = (900 + 100.8)\, w_f \rightarrow w_f = 3 \text{ rad/s}$$

EX As shown in the Figure, if two disks were attatched together and rotate by an angular velocity together, Find this angular velocity if there are no external torques.

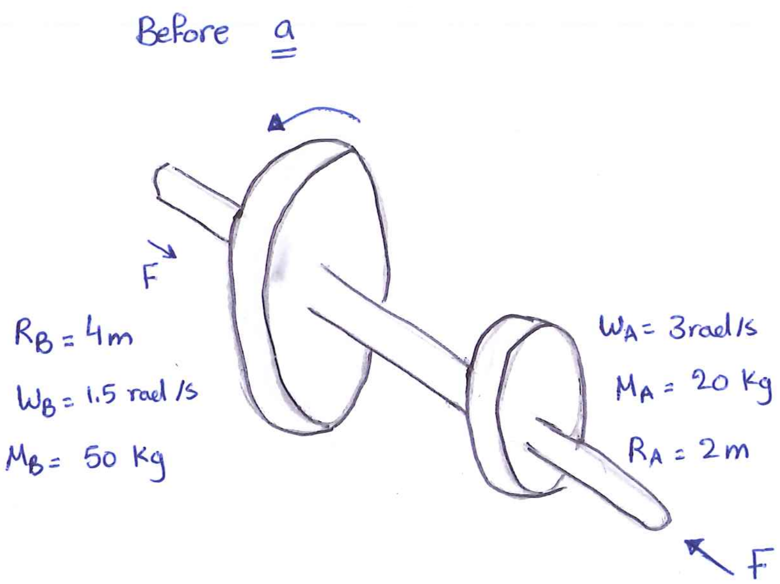
$$I_i w_i = I_f w_f$$

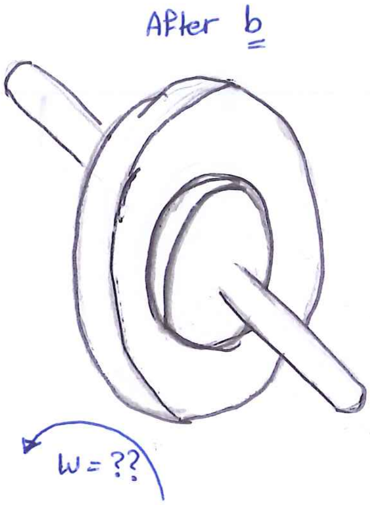
$$I_A w_A + I_B w_B = (I_A + I_B)\, w_f$$

$$\frac{1}{2} M_A R_A^2 w_A + \frac{1}{2} M_B R_B^2 w_B = \left(\frac{1}{2}\left(M_A R_A^2 + M_B R_B^2\right)\right) w_f$$

$$\frac{1}{2}(20)(2)^2(3) + \frac{1}{2}(50)(4)^2(1.5) = \left(\frac{1}{2}\left(20(2)^2 + (50)(4)^2\right)\right) w_f$$

$$w_f = 1.6363 \text{ rad/s}$$



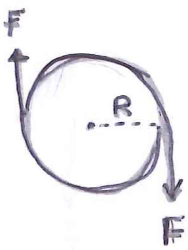


Chapter 11 : Equilibrium (التوازن)

* يكون الجسم في حالة توازن عندما تتحقق هذه المعادلات

$\Sigma F = 0$ — أي أنّ الجسم لا ينتقل

$\Sigma T = 0$ — ولا يدور



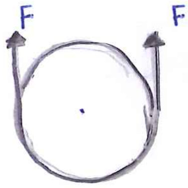
* It is not in static equilibrium

← في هذه الحالة $\Sigma F = 0$

لكن $T = FR + FR$

$= 2FR$

وبالتالي الجسم ليس في حالة اتزان سكوني

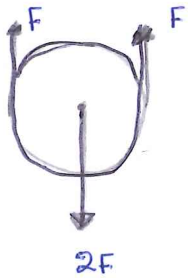


* في هذه الحالة ←

$\Sigma F = 2F \neq 0$

$\Sigma T = FR - FR$

- is not in static equlibrium



* في هذه الحالة ←

$\Sigma F = 2F - 2F = 0$

$\Sigma T = 0$

The body is in static equilibrium

* Center of gravity *

(مركز الثقل - مركز الجاذبية)

- تؤثر قوى الجاذبية الأرضية على كل نقاط الجسم ومحصلة القوى الجاذبية على جميع النقاط تكون بالتأثير على مركز الجاذبية أو مركز الثقل .

" أي يمكن استبدال قوى الجاذبية على كل نقطة من الجسم بقوة واحدة مؤثرة على مركز الثقل "

c.g (مركز الثقل)

باختصار إذا علقنا أو ثبتنا جسم من نقطة مركز الثقل فإن الجسم يكون متزن

$\sum \tau = 0 \ , \ \sum F = 0$

* اذا كان تأثير تسارع الجاذبية الأرضية g على كل النقاط في الجسم متساوٍ بالتالي يطابقه مركز الثقل مركز الكتلة . " فقط في الأجسام الكبيرة جداً قد لا يتطابقان "

[center of gravity] = [center of mass]

$C_g = C_m$

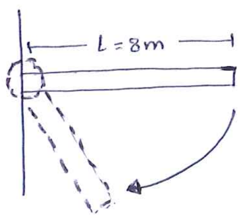
$C_g(X, Y, Z)$

$$X_{cg} = \frac{\sum M_x}{\sum m} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

[نفس قوانين مركز الكتلة]

$$Y_{cg} = \frac{\sum M_y}{\sum m} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

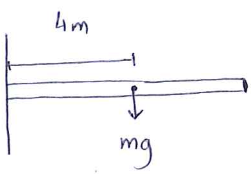
* ومن مركز الثقل يتم حساب العزم الذي تنتجه قوى الجاذبية الأرضية



$m = 10\ kg$

Ex: Find gravitational torque

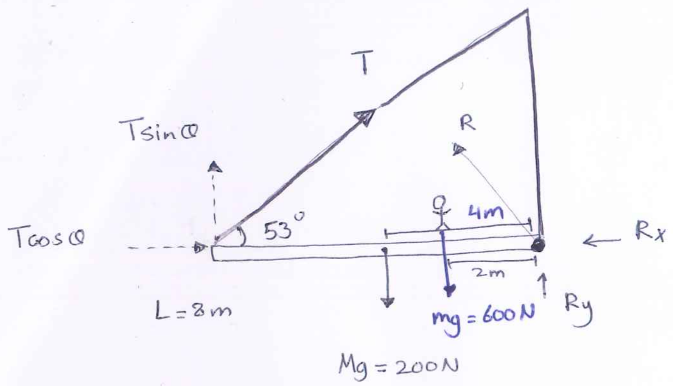
* مركز الثقل أو مركز الكتلة دائماً في منتصف الأجسام منتظمة الشكل والكثافة

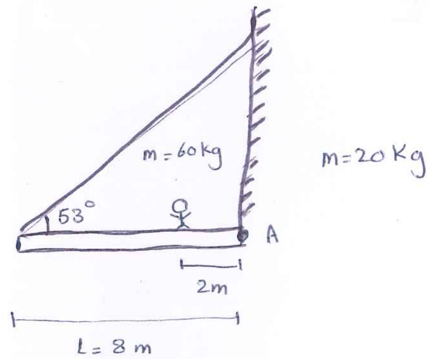


$\tau = FR = mg\left(\frac{L}{2}\right)$

$= 10(10)(4) = 400\ N.m$

From Figure if the system in static equilibrium , Find : 1. Tension Force
2. Reaction Force





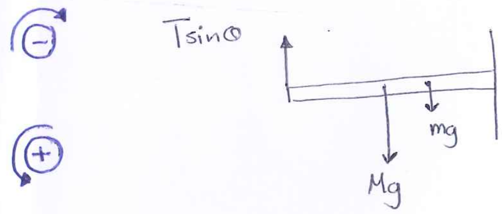
* ملاحظة : (Reaction Force) هي القوة التي يُؤثر بها الحائط على لوح الخشب التي يقف عليها الشخص وهي عبارة عن قوة ردّ الفعل لأنّ لوح الخشب مثبت على الحائط .

$\Sigma F_x = 0$

$T\cos\theta - R_x = 0$

$T\cos 53^\circ - R_x = 0$

$0.6\,T = R_x \quad \dots ①$



$\Sigma F_y = 0$

$T\sin\theta + R_y - mg - Mg = 0$

$0.8\,T + R_y - 600 - 200 = 0 \rightarrow 0.8\,T + R_y = 800 \quad \dots ②$

$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow mgr_1 + Mgr_2 - T\sin\theta\, L = 0$

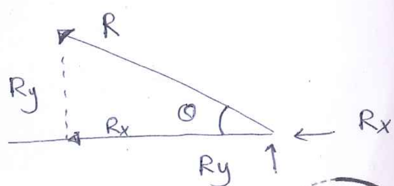
" حول النقطة (A) "

$600(2) + 200(4) - 0.8\,T(8) = 0 \rightarrow T = 312.5\ N$

$0.6\,T = R_x \rightarrow R_x = 0.6(312.5) = 187.5\ N$

$0.8\,T + R_y = 800 \rightarrow 0.8(312.5) + R_y = 800 \rightarrow R_y = 550\ N$

اذا طلب θ



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$

$\tan^{-1}\left(\frac{550}{187.5}\right) = 71.17^\circ$